

**COUPLED MOMENTUM AND HEAT TRANSPORT IN LAMINAR AXISYMMETRIC PIPE  
FLOW OF FERROFLUIDS IN NON-UNIFORM MAGNETIC FIELDS:  
THEORY AND SIMULATION**

TRANSPORTE SIMULTÁNEO DE MOMENTO Y CALOR EN EL FLUJO LAMINAR AXISIMÉTRICO DE FERROFLUIDOS EN  
TUBERÍA EN CAMPO MAGNÉTICO NO UNIFORME: TEORÍA Y SIMULACIÓN

RESUMEN DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

**Carlos Francisco Cruz Fierro**  
Tesista de Maestría

**Dr. Goran N. Jovanovic**  
Asesor Principal

**ABSTRACT**

The effect of a non-uniform magnetic field on the coupled transport of momentum and heat is studied for the case of laminar pipe flow of a magnetically susceptible ferrofluid. The momentum and heat transport equations are complemented with the necessary electromagnetic terms and used to develop a computer simulation of the velocity profile and temperature distribution in the fluid. Two magnetic field configurations are studied. The first configuration is produced by a single short solenoid, located around the pipe. The magnetic field produced has both radial and axial components. For the second configuration, the electric current is inverted in one half of the solenoid, creating much stronger field gradients in both directions. The flow is laminar, driven by a constant pressure difference between the ends of the pipe. The apparent viscosity of the ferrofluid is modeled as dependent on temperature and magnetic field. In simulations involving heat transfer, a section of the pipe is maintained at higher constant temperature. The rest of the wall is adiabatic. A Visual-Basic code, FIRMa (Flow in Response to Magnetic field), was developed to perform the numerical simulations. For the water-based ferrofluid, results show reduction of average velocity and small deviations from the parabolic velocity profile as the result of vortex viscosity. Heat transfer calculations show a decrease in the heat transfer coefficient and an increase in the fluid exit temperature. These effects are due to the change in flow pattern and average velocity. Current research aims for the development of a stable liquid-metal based ferrofluid, because of the high electric and thermal conductivities. The FIRMa code is used to examine the expected response of a mercury-based ferrofluid to the magnetic fields under study. Results show that the electromagnetic effects on the liquid metal-based ferrofluid are much stronger, due to induced electric currents and the Lorentz force acting on them.

**SÍNTESIS**

El efecto de un campo magnético no uniforme en el transporte simultáneo de momento y calor se estudia para el caso de flujo laminar en tubería de un fluido magnéticamente susceptible. Las ecuaciones de transporte de momento y calor se complementan con los términos electromagnéticos necesarios y se usan para desarrollar una simulación por computadora del perfil de velocidades y la distribución de temperatura en el fluido. Se estudian dos configuraciones del campo magnético. La primera es producida por un único solenoide corto, alrededor de la tubería. El campo magnético producido tiene componentes radial y axial. Para la segunda configuración, la corriente eléctrica se invierte en una mitad del solenoide, creando gradientes mucho más intensos en ambas direcciones. El flujo es laminar, causado por una diferencia de presiones constante entre los extremos de la tubería. La viscosidad aparente del fluido se considera dependiente de la temperatura y del campo magnético. En las simulaciones con transferencia de calor, una sección de la tubería se mantiene a una temperatura constante mayor. El resto de la pared es adiabática. Un código en Visual Basic, FIRMa (Flow in Response to Magnetic field), se desarrolló para llevar a cabo las simulaciones numéricas. Para el ferrofluido con base acuosa, los resultados muestran una reducción de la velocidad promedio y pequeñas desviaciones del perfil de velocidades parabólico, como resultado de la viscosidad de vórtice. Cálculos de la transferencia de calor muestran una disminución en el coeficiente de transferencia de calor y un aumento en la temperatura de salida del fluido. Estos efectos se deben al cambio en el patrón de flujo y velocidad promedio. Investigaciones recientes buscan el desarrollo de un ferrofluido estable con base en un metal líquido, debido a las altas conductividades eléctrica y térmica. El código FIRMa se usó para examinar la respuesta esperada de un ferrofluido con base mercurio, ante los campos magnéticos estudiados. Los resultados muestran que los efectos electromagnéticos en el ferrofluido base metal líquido son mucho mayores, debido a las corrientes inducidas y a la fuerza de Lorentz que actúa sobre ellas.

## RESUMEN DE PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

# **Transporte Simultáneo de Momento y Calor en el Flujo Laminar Axisimétrico de Ferrofluidos en Tubería en Campo Magnético no Uniforme: Teoría y Simulación**

**Carlos Francisco Cruz-Fierro**  
Chemical Engineering Department  
Oregon State University

### **ANTECEDENTES**

Desde el punto de vista de la Ingeniería Química, los procesos de transporte son concebidos de manera más bien convencional. La atención principal se centra en mecanismos y fuerzas tales como gravedad, arrastre viscoso, presión, conducción, y difusión, por mencionar los más comunes.

Las operaciones unitarias actuales dependen tanto de estas fuerzas, que se vuelve muy difícil e incluso imposible llevarlas a cabo en su ausencia. Por ejemplo, la mayoría de los equipos químicos se vuelven inútiles en condiciones de gravedad cero o gravedad reducida. Esta situación puede cambiar dramáticamente cuando se introduce una nueva fuerza, campo o gradiente. Por ejemplo, considérese la fluidización, que es imposible en gravedad cero, pero se vuelve posible al introducir un nuevo campo, por ejemplo un campo magnético (Pinto-Espinoza 2003; Sornchamni 2001).

Hay otros fenómenos físicos que son mucho menos comunes en los procesos de ingeniería química. Los campos electromagnéticos son solamente un ejemplo. Tensión superficial e interfacial, ultrasonido, fuerzas inter-partículas de corto alcance, interacciones cuánticas... Cuando se incluyen estos fenómenos en los procesos existentes de ingeniería química, puede aparecer una gran variedad de procesos nuevos o mejorados. Bosworth ha presentado una perspectiva generalizada de los fenómenos de transporte, en el cual los varios procesos son descritos en una base común (Bosworth 1956).

El propósito general de este estudio es contribuir a una teoría más amplia y unificada de los procesos de transporte, que incluya conceptos nuevos o poco comunes. Esta teoría hará posible, algún día, la creación y entendimiento de nuevas tecnologías basadas en estas nuevas fuerzas.

Considérese un fluido con susceptibilidad magnética y/o conductividad eléctrica fluyendo laminarmente a través de una tubería. Existe una transferencia de momento a través del fluido y se desarrolla un perfil de velocidades parabólico. Cuando dicho fluido pasa a través de una región con un campo magnético, la presencia de interacciones electromagnéticas afecta el patrón de flujo y altera el perfil de velocidades en esa región. Si, adicionalmente a estas condiciones, la pared de la tubería se calienta, los cambios en la velocidad del fluido afectarán también a la transferencia de calor.

Para estudiar dichos efectos, las ecuaciones de conservación de momento deben ser complementadas para incluir los términos correspondientes a dichas interacciones

electromagnéticas. Luego, una estrategia de solución es implementada en un código de computadora para producir una simulación del intercambio de momento y calor.

Los resultados obtenidos ( perfiles de velocidad y temperatura) se examinan y explican en base a las teorías de transporte y electromagnetismo.

Un ferrofluido es una suspensión coloidal de partículas muy finas que tienen propiedades magnéticas, generalmente magnetita o un metal ferromagnético (Rosensweig 1985). Estos sólidos dispersos son los responsables de la susceptibilidad magnética del fluido. Ya que el tamaño de partícula es normalmente del orden de 10 nm, puede considerarse cada partícula como un único dominio magnético.

Para evitar que las partículas se aglomeren debido a las fuerzas magnéticas entre partículas, se agrega un surfactante líquido durante la producción del ferrofluido. Este surfactante es generalmente un ácido orgánico de cadena larga, con grupos hidrofóbicos e hidrofílicos. El surfactante crea una capa recubriendo a la partícula (unos 2 nm de espesor), impidiendo que se acerque demasiado a otras partículas. Los ferrofluidos contienen habitualmente menos del 25% en volumen del material disperso magnético. Con fracciones volumétricas mayores, se observa un marcado aumento de la viscosidad del fluido.

## FUNDAMENTO TEÓRICO

### *Ecuaciones básicas de transporte*

Conservación de masa – Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

Conservación de momento lineal – Ecuaciones de Navier-Stokes

$$\rho_f \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon \mathbf{u}) + \rho_f \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{u} \mathbf{u}) + \varepsilon \nabla P + \nabla \cdot (\varepsilon \boldsymbol{\tau}) - \varepsilon \rho_f \mathbf{g} - \mathbf{f} = 0 \quad (2)$$

Relación constitutiva para el esfuerzo cortante – Fluido Newtoniano

$$\boldsymbol{\tau} = -\mu_f \left[ (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T \right] \quad (3)$$

Ecuación de conservación de la energía térmica

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \hat{U}) + \nabla \cdot (\rho \hat{U} \mathbf{u}) + \nabla \cdot \mathbf{q} + P \nabla \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{u} = 0 \quad (4)$$

### *Ecuaciones básicas de transporte – incluyendo términos electromagnéticos*

Conservación de masa – Ecuación de continuidad (sin cambio)

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{u}) = 0 \quad (5)$$

Conservación de momento lineal – Ecuaciones de Navier-Stokes

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{u}) + \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{D} \times \mathbf{B}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) + \nabla P + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - \rho \mathbf{g} - \nabla \cdot \mathbf{T}_{EM} = 0 \quad (6)$$

Tensor de esfuerzo de Maxwell

$$\mathbf{T}_{EM} = \mathbf{D}\mathbf{E} + \mathbf{B}\mathbf{H} - \frac{1}{2}(\mathbf{D} \cdot \mathbf{E} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H})\mathbf{I} \quad (7)$$

Ecuación de conservación de la energía térmica

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \hat{U}) + \frac{\partial}{\partial t}(\frac{1}{2}\mathbf{D} \cdot \mathbf{E} + \frac{1}{2}\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}) + \nabla \cdot (\rho \hat{U} \mathbf{u}) \\ + \nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot \mathbf{S} + P \nabla \cdot \mathbf{u} + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{u} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Vector de Poynting

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (9)$$

### *Viscosidad de los ferrofluidos*

El efecto del campo magnético sobre la viscosidad de un ferrofluido se conoce como viscosidad de vórtice o rotacional, que tiene el efecto de aumentar la viscosidad aparente de la suspensión. Este aumento está dado por (Shliomis 1972)

$$\Delta\eta = 1.5\eta_0\phi_h \frac{\xi - \tanh \xi}{\xi + \tanh \xi} \sin^2 \alpha \quad (10)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo entre la vorticidad del fluido  $\vec{\Omega}$  y el campo magnético  $\mathbf{B}$ , y  $\xi$  es el parámetro de Langevin que representa la magnitud relativa de las energías magnética y térmica:

$$\xi = \frac{\mu_0 m H}{\kappa T} \quad (11)$$

que, para el caso de partículas esféricas de diámetro  $d$  y saturación magnética  $M_\infty$ , en un ferrofluido de susceptibilidad magnética  $\chi_M$  se vuelve:

$$\xi = \frac{\pi}{6} \frac{M_\infty B d^3}{(1 + \chi_M) \kappa T} \quad (12)$$

## HIPÓTESIS BASE Y OBJETIVOS

LA PRESENCIA DE UN CAMPO MAGNÉTICO NO UNIFORME EN LA REGIÓN DE FLUJO DE UN FLUIDO MAGNÉTICAMENTE SUSCEPTIBLE Y/O ELECTRICAMENTE CONDUCTOR, DA ORIGEN A FUERZAS DE TIPO ELECTROMAGNÉTICO QUE ALTERAN EL PERFIL DE VELOCIDADES, Y POR LO TANTO MODIFICAN LA TRANSFERENCIA DE CALOR.

Para verificar esta hipótesis, se proponen los siguientes objetivos:

- Determinar los términos adicionales que se deben incluir en las ecuaciones de conservación de momento y energía térmica cuando el fluido se encuentra sujeto a campos electromagnéticos.
- Desarrollar una estrategia para simular e interpretar el efecto de dichos campos en el caso particular del transporte de momento y calor en un ferrofluido en flujo laminar axisimétrico dentro de una tubería.
- Extrapolar las predicciones de simulación para el caso de un ferrofluido hipotético con base metal líquido, bajo condiciones similares de flujo.

## CRONOGRAMA

Las actividades principales requeridas para el desarrollo de este proyecto, y la calendarización respectiva, se presentan en la tabla siguiente:

Actividad	2001												2002											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Investigación bibliográfica	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆						
Desarrollo de las ecuaciones de transporte					◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆												
Desarrollo de la simulación numerica									◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆								
Obtención de resultados de simulación															◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆			
Análisis de resultados																				◆	◆			
Preparación de reporte final																					◆	◆	◆	◆

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Se llevaron a cabo un total de 38 corridas de simulación usando dos configuraciones del campo magnético (solenoides sencillo y doble), cuatro densidades de corriente (hasta  $1 \times 10^7$  A/m<sup>2</sup>), dos tipos diferentes de ferrofluido (base agua y base mercurio), y dos condiciones de calentamiento (adiabático y calentamiento a lo largo de las dos terceras partes centrales del tubo). A cada simulación se le asignó una clave única

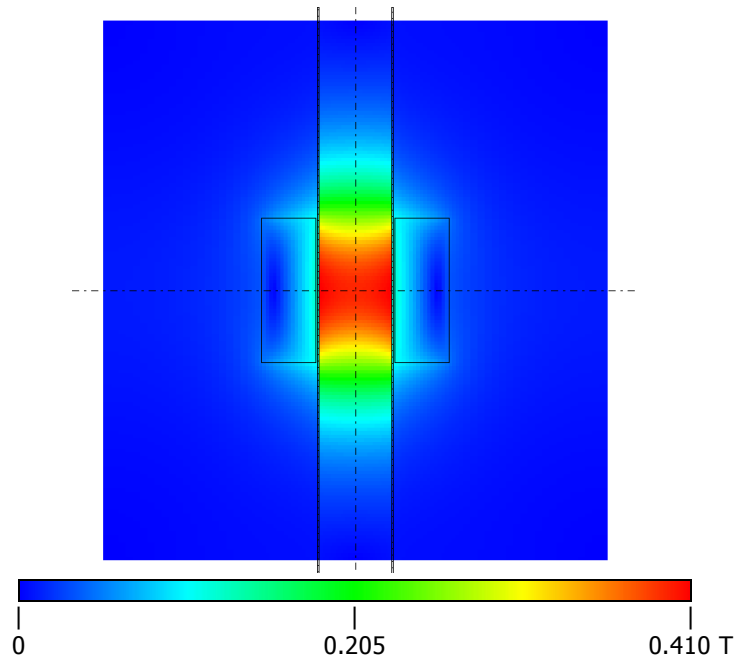
**Tabla 1.** Corridas de simulación (ferrofluido base acuosa).

Clave	Campo magnético		Condición de pared
	Densidad de corriente [A/m <sup>2</sup> ]	Configuración solenoide	
W-00	N/A	N/A	Adiabática
W-00-h	N/A	N/A	Calentada
W-01s	$2.5 \times 10^6$	Sencillo	Adiabática
W-01s-h	$2.5 \times 10^6$	Sencillo	Calentada
W-01d	$2.5 \times 10^6$	Doble	Adiabática
W-01d-h	$2.5 \times 10^6$	Doble	Calentada
W-02s	$5.0 \times 10^6$	Sencillo	Adiabática
W-02s-h	$5.0 \times 10^6$	Sencillo	Calentada
W-02d	$5.0 \times 10^6$	Doble	Adiabática
W-02d-h	$5.0 \times 10^6$	Doble	Calentada
W-03s	$7.5 \times 10^6$	Sencillo	Adiabática
W-03s-h	$7.5 \times 10^6$	Sencillo	Calentada
W-03d	$7.5 \times 10^6$	Doble	Adiabática
W-03d-h	$7.5 \times 10^6$	Doble	Calentada
W-04s	$1.0 \times 10^7$	Sencillo	Adiabática
W-04s-h	$1.0 \times 10^7$	Sencillo	Calentada
W-04d	$1.0 \times 10^7$	Doble	Adiabática
W-04d-h	$1.0 \times 10^7$	Doble	Calentada

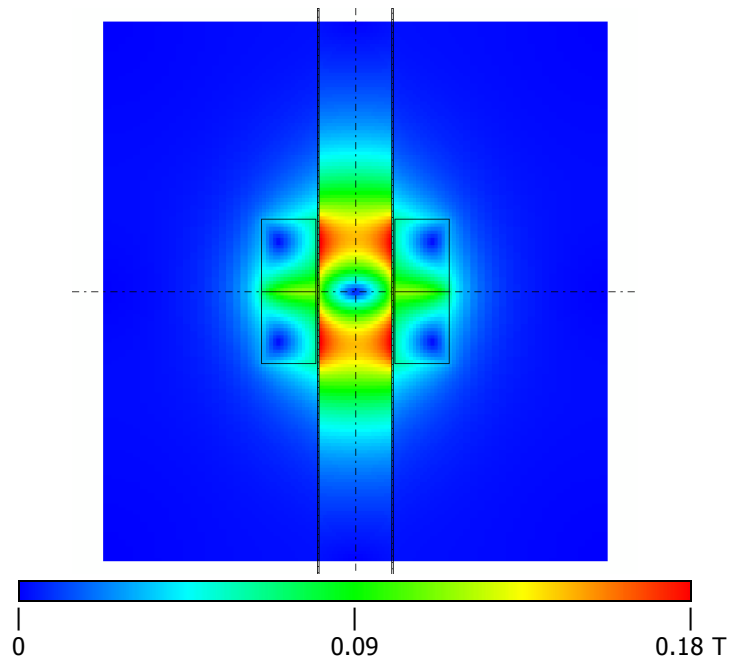
**Tabla 2** Corridas de simulación (ferrofluido base mercurio).

Case ID	Magnetic field		Wall condition
	Current density [A/m <sup>2</sup> ]	Coil configuration	
M-00	N/A	N/A	Adiabática
M-00-h	N/A	N/A	Calentada
M-01s	$2.5 \times 10^6$	Sencillo	Adiabática
M-01s-h	$2.5 \times 10^6$	Sencillo	Calentada
M-01d	$2.5 \times 10^6$	Doble	Adiabática
M-01d-h	$2.5 \times 10^6$	Doble	Calentada
M-02s	$5.0 \times 10^6$	Sencillo	Adiabática
M-02s-h	$5.0 \times 10^6$	Sencillo	Calentada
M-02d	$5.0 \times 10^6$	Doble	Adiabática
M-02d-h	$5.0 \times 10^6$	Doble	Calentada
M-03s	$7.5 \times 10^6$	Sencillo	Adiabática
M-03s-h	$7.5 \times 10^6$	Sencillo	Calentada
M-03d	$7.5 \times 10^6$	Doble	Adiabática
M-03d-h	$7.5 \times 10^6$	Doble	Calentada
M-04s	$1.0 \times 10^7$	Sencillo	Adiabática
M-04s-h	$1.0 \times 10^7$	Sencillo	Calentada
M-04d	$1.0 \times 10^7$	Doble	Adiabática
M-04d-h	$1.0 \times 10^7$	Doble	Calentada

A continuación se muestran las gráficas de los resultados más significativos.

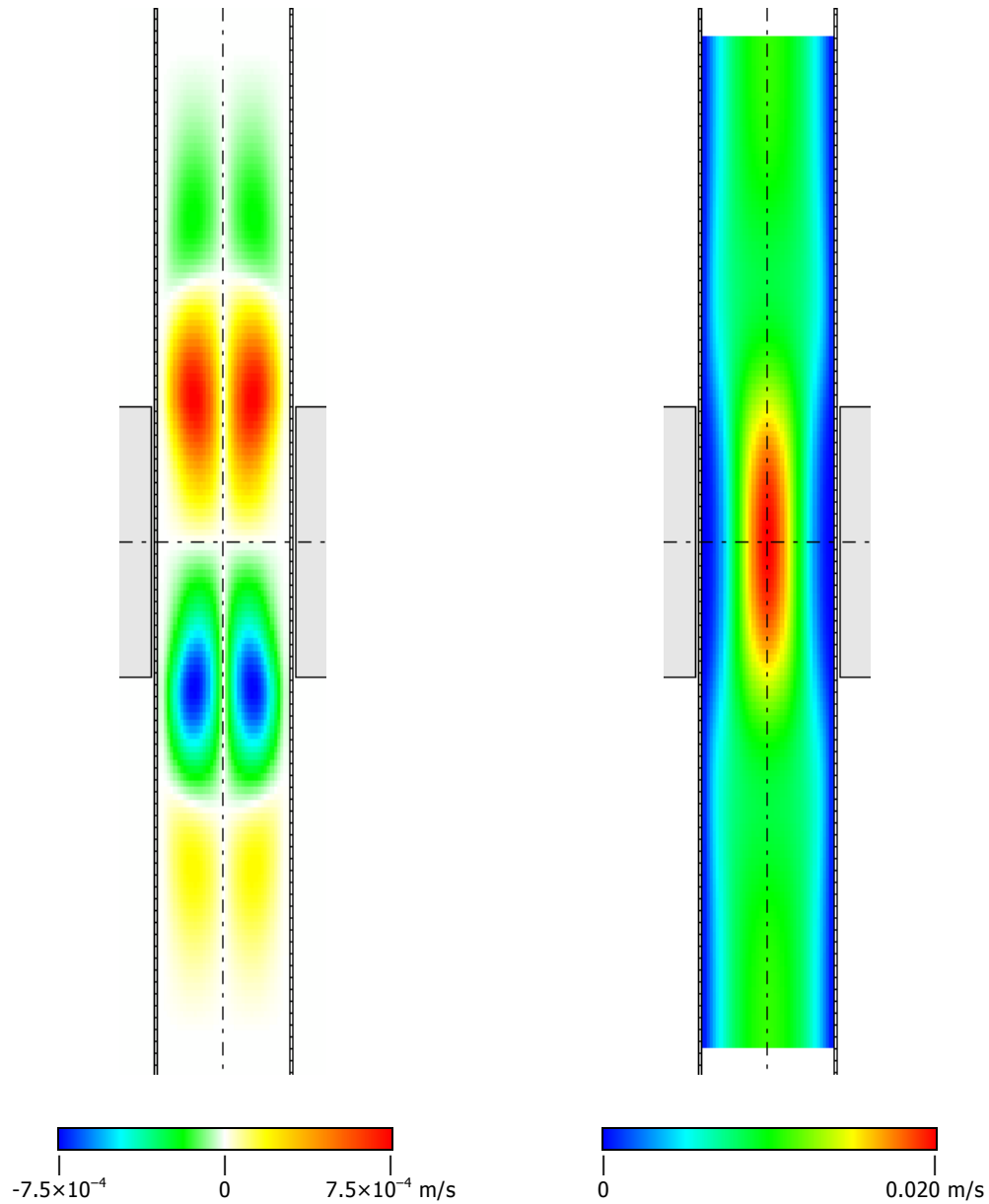


**Figura 1** Magnitud del campo magnético  $B$  para solenoide sencillo ( $J = 1 \times 10^7$  A/m<sup>2</sup>).

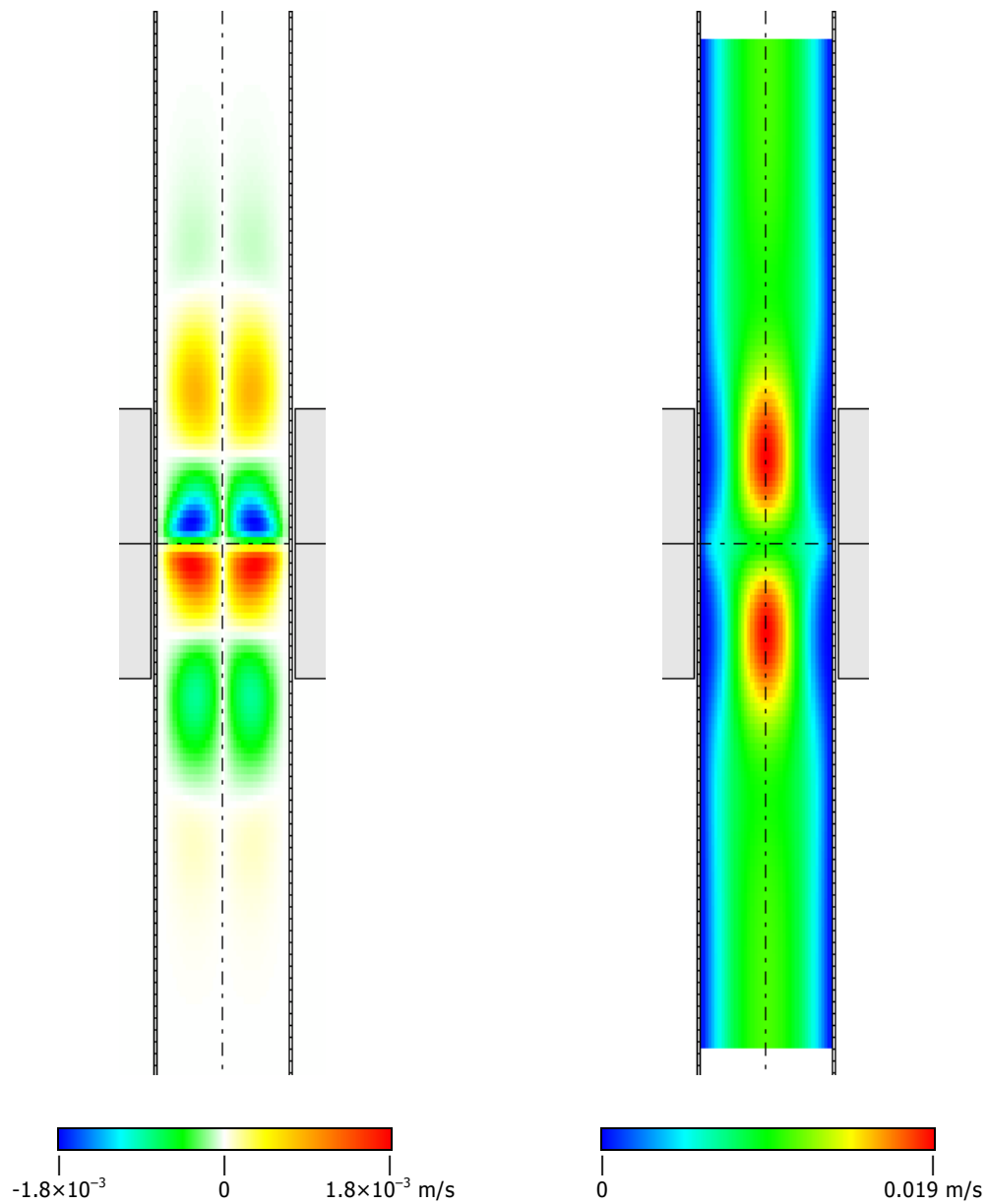


**Figura 1** Magnitud del campo magnético  $B$  para solenoide doble ( $J = 1 \times 10^7$  A/m<sup>2</sup>).

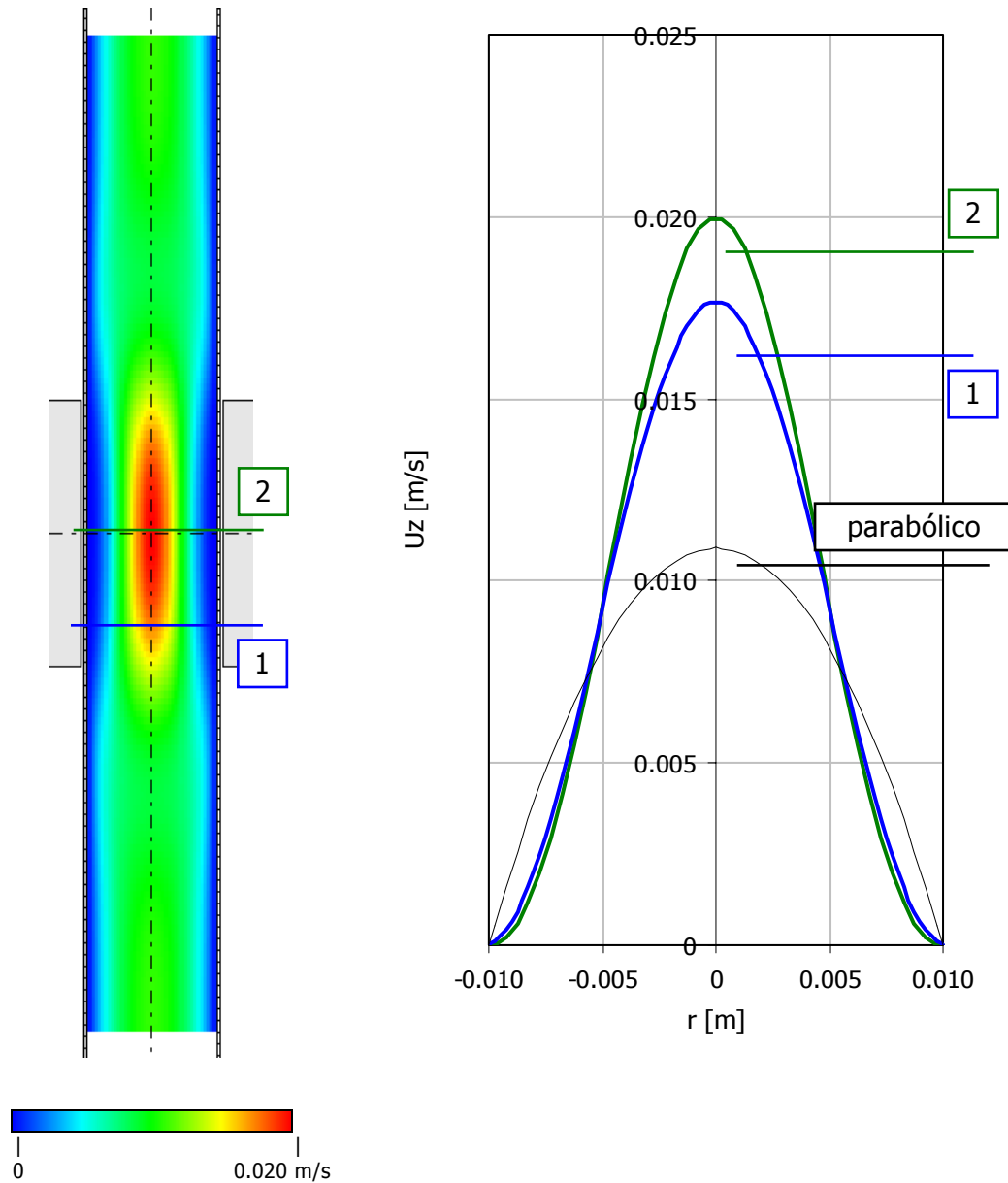




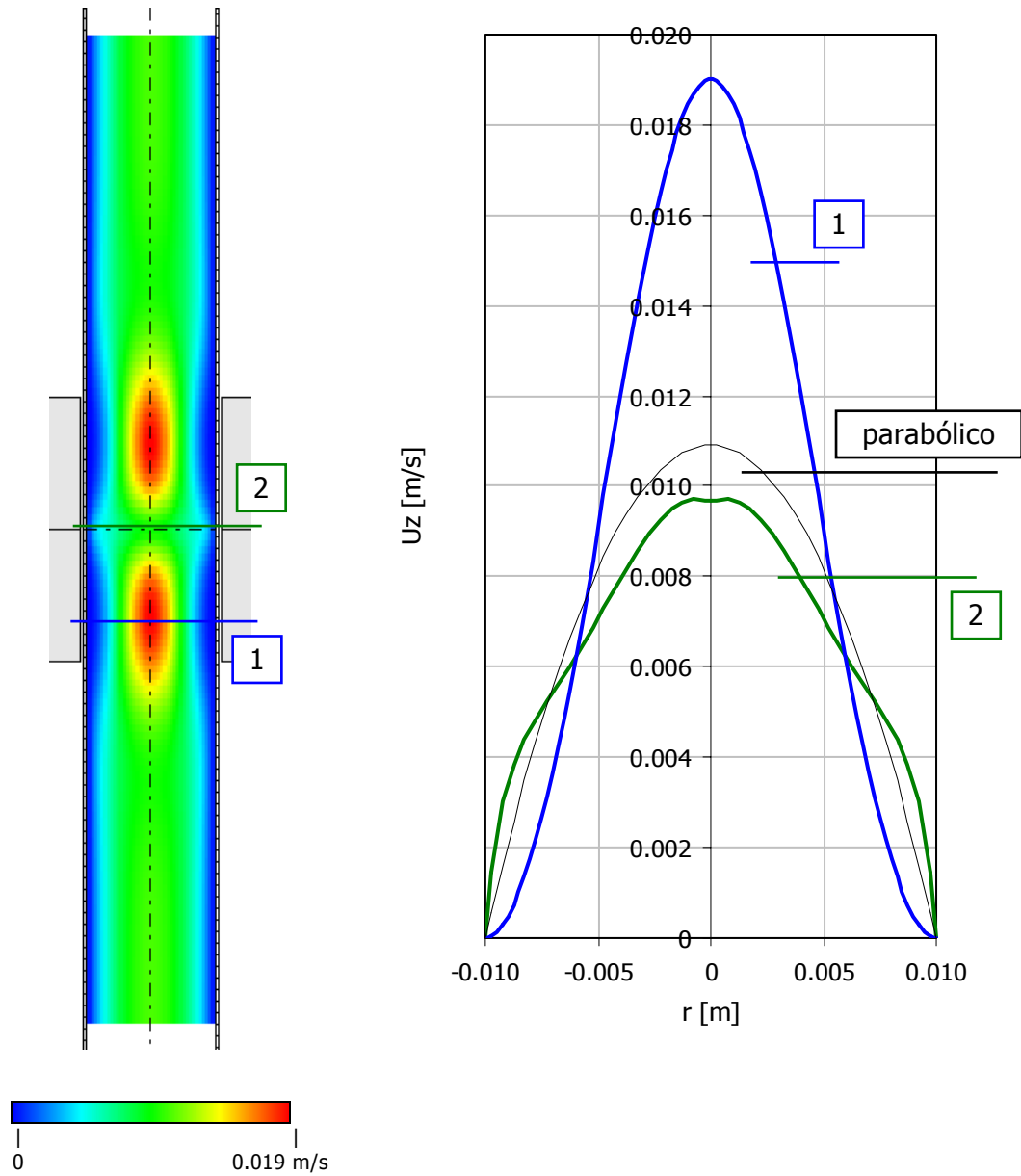
**Figura 3** Componentes de la velocidad, ferrofluido base mercurio, solenoide sencillo (corrida M-04s). Izquierda: velocidad radial. Derecha: velocidad axial.



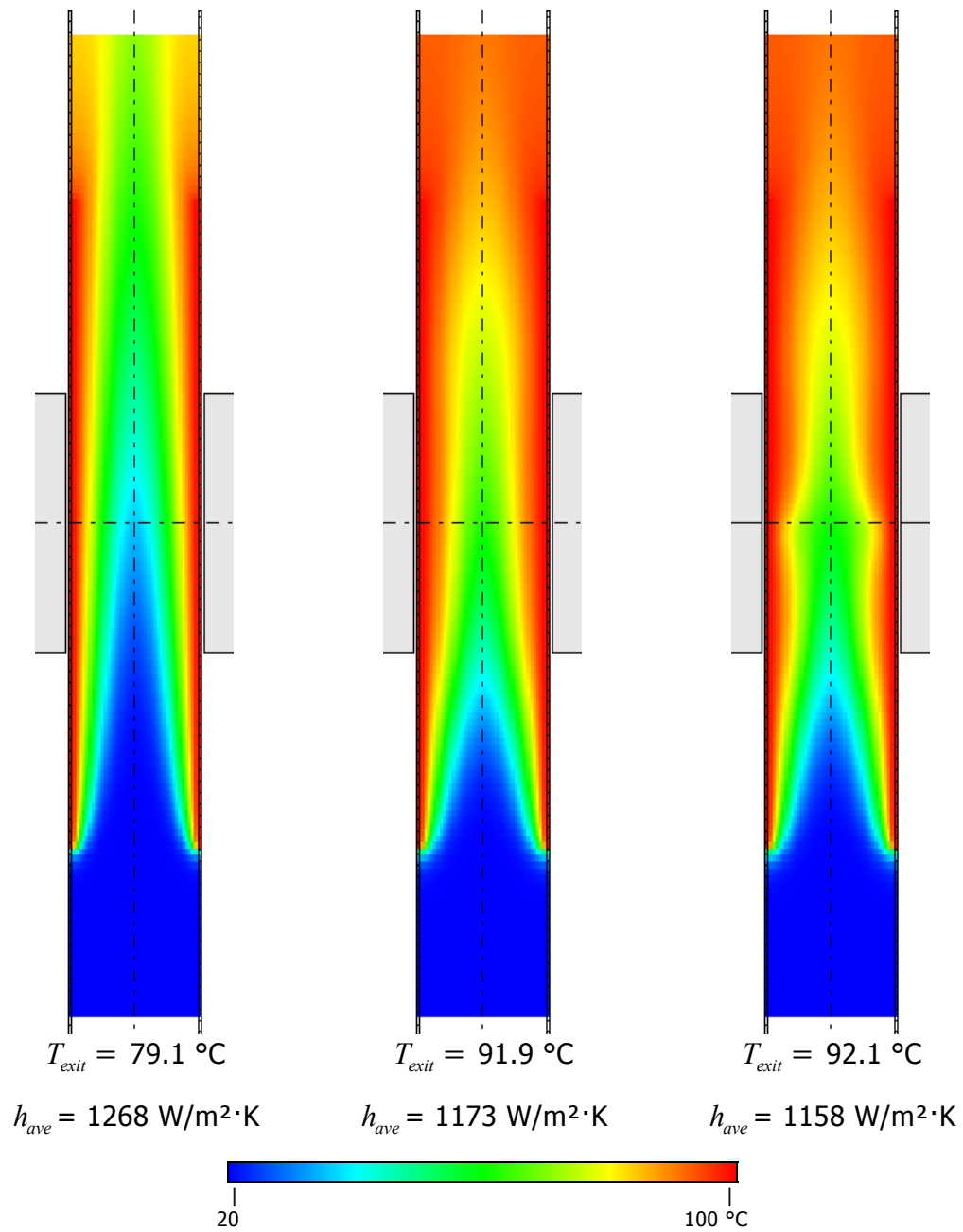
**Figura 4** Componentes de la velocidad, ferrofluido base mercurio, solenoide doble (corrida M-04d). Izquierda: velocidad radial. Derecha: velocidad axial.



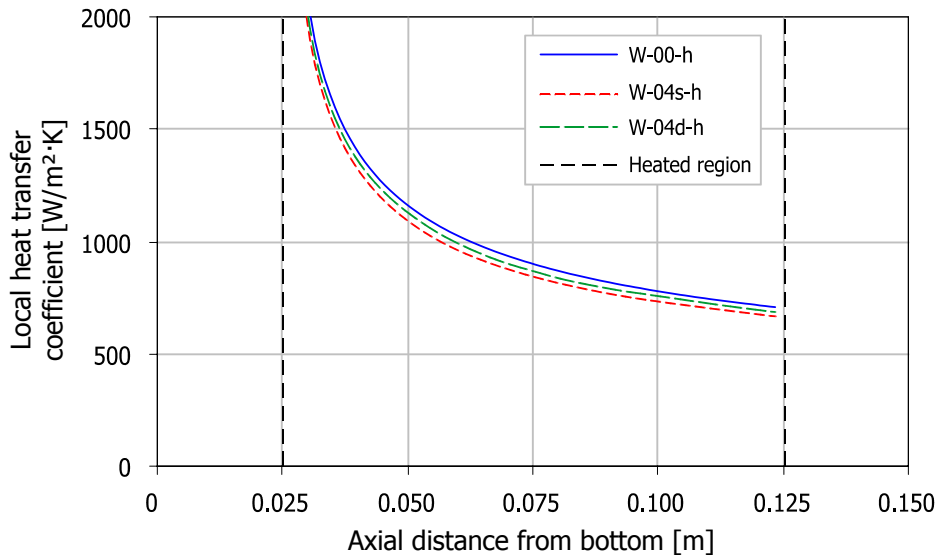
**Figure 5** Variación en la forma del perfil de velocidades del ferrofluido base mercurio (corrida M-04s).



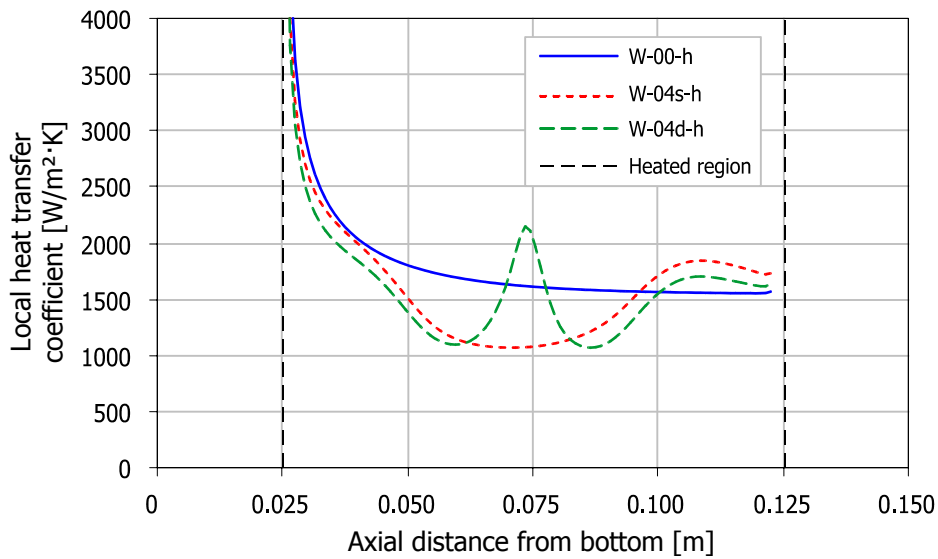
**Figure 6** Variación en la forma del perfil de velocidades del ferrofluido base mercurio (corrida M-04d).



**Figure 7** Perfiles de temperatura para el ferrofluido de base mercurio.  
Izquierda a derecha: Sin campo (caso M-00-h), solenoide sencillo  
(caso M-04s-h) y solenoide doble (caso M-04d-h).



**Figure 8** Efecto del campo magnético sobre el coeficiente local de transferencia de calor del ferrofluido base agua. Casos W-00-h (sin campo), W-04s-h (solenoid sencillo), and W-04d-h (solenoid doble).



**Figure 8** Efecto del campo magnético sobre el coeficiente local de transferencia de calor del ferrofluido base mercurio. Casos M-00-h (sin campo), M-04s-h (solenoid sencillo), and M-04d-h (solenoid doble).

## **DISCUSIÓN**

En el caso del ferrofluido base agua, el campo magnético sólo tiene una pequeña influencia en el transporte de momento. La variación radial de la viscosidad sólo produce un pequeño cambio ( $< 0.05\%$ ) en la velocidad axial, dando origen a patrones de flujo radial de pequeña magnitud. Este efecto sólo se aprecia con el solenoide doble, en el que la región central tiene un campo muy bajo, pero está rodeada de regiones de campos muy altos.

La situación es muy diferente en el caso del ferrofluido base mercurio. Las corrientes inducidas interactúan con el campo produciendo fuerzas de Lorenz. El perfil de velocidades muestra fuertes desviaciones del perfil parabólico característico del flujo laminar. El componente radial de la velocidad aumenta correspondientemente, de acuerdo a la ecuación de continuidad.

En ambos casos, la fricción viscosa aumentada causa una reducción de la velocidad promedio, ya que la presión se mantiene constante.

El perfil de temperaturas del ferrofluido base agua no muestra ningún cambio apreciable. El aumento de la temperatura de salida es menos de  $2^{\circ}\text{C}$ , y es debido a la reducción de la velocidad promedio.

El metal líquido, sin embargo, muestra cambios importantes tanto en el perfil de temperatura como en el coeficiente local de transferencia de calor. Es de especial interés el máximo local en el coeficiente de transferencia de calor para el caso del solenoide doble. Este máximo coincide con la región donde los elevados gradientes magnéticos inducen mayores velocidades radiales.

Una inspección cuidadosa de las contribuciones de cada término en el balance de energía revela que el calentamiento Joule es despreciable con las velocidades y campos estudiados. Por lo tanto, los efectos de la transferencia de calor se producen exclusivamente por cambios en el patrón de flujo dentro de la tubería.

## **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

La transferencia de momento en un ferrofluido cambia muy poco al introducir un campo magnético, bajo las condiciones de las corridas de simulación llevadas a cabo en este estudio. El efecto en la transferencia de calor también es pequeño. En este caso, el único mecanismo afectado por el campo magnético es el transporte molecular de momento, a través de la viscosidad de vórtice del ferrofluido.

Aparecen efectos mucho mayores cuando el fluido también tiene una alta conductividad eléctrica, ya que las corrientes inducidas interactúan con el fluido y dan origen a patrones de flujo secundarios, tanto en la dirección radial como axial. La extrapolación efectuada para un ferrofluido base mercurio muestra que tal fluido puede abrir nuevas posibilidades para el control de flujo mediante campos electromagnéticos aplicados externamente. El estudio de dicho fluido requerirá una base común entre las disciplinas de magnetohidrodinámica y ferrohídrodinámica.

Como extensiones futuras de este trabajo, el código FirMa puede ser usado para estudiar otras condiciones de flujo, en búsqueda de un efecto mayor (o más útil) del campo magnético sobre la transferencia de momento y calor. Más aún, se debe considerar otras geometrías aparte de la cilíndrica.

Lo más importante, la teoría de transporte –al menos como se aplica comúnmente por el ingeniero químico– debe ser extendida para incluir fuerzas y efectos no considerados habitualmente. Se debe buscar aquellos términos que fueron omitidos, o aquellos efectos que nunca se incluyeron en principio en el balance. Este es el camino que puede abrir nuevas posibilidades.

## **AGRADECIMIENTOS**

Este proyecto fue parcialmente financiado por CONACYT a través del programa de becas al extranjero. Se agradecen las contribuciones de Brian P. Reed (Oregon State University) y el Dr. Joaquín Pinto Espinoza (Instituto Tecnológico de Durango), así como de Umpqua Research Company (Myrtle Creek, Oregon).

## **REFERENCIAS**

- Bansal, N., Jaimala and S. C. Agrawal (1999). "Shear flow instability of an incompressible visco-elastic fluid in a porous medium in the presence of a weak magnetic field." Indian journal of pure and applied mathematics. **30**(12): 1283-1295.
- Baumgartl, J. and G. Müller (1992). "Calculation of the effects of magnetic field damping on fluid flow - comparison of magnetohydrodynamic models of different complexity." Microgravity quarterly. **2**(4): 197-201.
- Berkovskii, B. M., V. F. Medvedev and M. S. Krakov (1993). Magnetic Fluids: Engineering Applications. Oxford University Press, 243 p. Call number QC766.M36 B4713.
- Bird, R. B., W. E. Stewart and E. N. Lightfoot (1960). Transport Phenomena. John Wiley and Sons, 780 p. Call number QC21.B44.
- Bosworth, R. C. L. (1956). Transport processes in applied chemistry: the flow of physical properties in chemical reactors. Wiley, 387 p. Call number TP156.F6 B6.
- Castellanos, A., Ed. (1998). Electrohydrodynamics. CISM Courses and lectures. Wien, Springer. Call number QC631.2.E441.
- Chiam, T. C. (1999). "Solutions for the flow of a conducting power-law fluid in a transverse magnetic field and with a pressure gradient using Crocco variables." Acta Mechanica. **137**: 225-235.
- Cuevas, S. and E. Ramos (1997). "Steady streaming in oscillatory viscous flow under a transverse magnetic field." Phys. Fluids. **9**(5): 1430-1434.



- Einstein, A. (1906). "On the movement of small particles suspended in a stationary liquid demanded by the molecular theory of heat."
- Fertman, V. E. (1990). Magnetic Fluids Guidebook: Properties and Applications. Hemisphere Pub. Corp., 146 p. Call number QC766.M36 F4813.
- Griffiths, D. J. (1999). Introduction to electrodynamics. Prentice Hall, 576. Call number QC680.G74.
- Ida, N. and J. Bastos (1992). Electromagnetics and calculation of fields. Springer-Verlag, 458 p. Call number QC760.I56.
- Jackson, J. D. (1999). Clasical electrodynamics. John Wiley & Sons, 808. Call number QC631.J3.
- Jolly, M. R., J. W. Bender and J. D. Carlson (1999). "Properties and Applications of Commercial Magnetorheological Fluids." Journal of Intelligent Material Systems and Structures. **10**: 5-13.
- Kumari, M., H. S. Takhar and G. Nath (1995). "Unsteady flow of a viscous fluid between two parallel disks with a time varying gap width and a magnetic field." Int. J. Eng. Sci. **33**(6): 781-791.
- Landau, L. D., E. M. Lifshits and L. P. Pitaevskii (1984). Electrodynamics of Continuous Media. Pergamon, xiii, 460 p. Call number QC661.L2413.
- Patankar, S. V. (1977). Numerical heat transfer and fluid flow. McGraw-Hill, 197 p. Call number QC320.P37.
- Pinto-Espinoza, J. (2003). Dynamic Behavior of Ferromagnetic Particles in a Liquid-Solid Magnetically Assisted Fluidized Bed (MAFB): Theory, Experiment, and CFD-DPM Simulation. Ph.D. Thesis, Chemical Engineering. Oregon State University. Corvallis, Oregon. Call number LD4330 2003D.P56.
- Richter, L., L. Zipser and U. Lange (2001). "Properties of Magnetorheological Fluids." Sensors and Materials. **13**(7): 385-397.
- Rosensweig, R., J. W. Nestor and R. S. Timmins (1965). Mater. Assoc. Direct Energy Convers. Proc. Symp. AIChE-I. Chem Eng. Ser. 5.
- Rosensweig, R. E. (1982). "Magnetic fluids." Scientific American. **247**(4): 136-145.
- Rosensweig, R. E. (1985). Ferrohydrodynamics. Dover Publications, 344 p. Call number QC766.M36 R67 1997.
- Rothwell, E. J. and M. J. Cloud (2001). Electromagnetics. CRC Press, 539 p. Call number QC670.R693.
- Shliomis, M. I. (1972). "Effective viscosity of magnetic suspensions." Soviet Physics JETP. **34**(6): 1291-1294.
- Sornchamni, T. (2001). The Prediction of Voidage Distribution in a Non-uniform Magnetically Assisted Fluidized Bed: Theory and Experiment. M.S. Thesis, Chemical Engineering. Oregon State University. Corvallis, Oregon. Call number LD4330 2001.S635.