INSTITUTO TECNOLÓGICO de Durango

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Instrumentación y Control
Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro
AGOSTO – DICIEMBRE 2012

Tarea 2
ENTREGAR 21-NOV-2012

COMPARACIÓN DE SISTEMAS DE ORDEN UNO, DOS Y TRES

Considérese el sistema de tanques en serie discutido en clase. Definiendo variables de desviación: $u = C_{A,0} - C_{A,s}$, $y_1 = C_{A,1} - C_{A,s}$, $y_2 = C_{A,2} - C_{A,s}$, y así sucesivamente, el comportamiento de cada tanque está representado por una función de transferencia de primer orden:

Tanque 1	Tanque 2	Tanque 3	Tanque n
$G_1(s) = \dfrac{Y_1(s)}{U(s)} = \dfrac{K_1}{\tau_1 s + 1}$	$G_2(s) = \dfrac{Y_2(s)}{Y_1(s)} = \dfrac{K_2}{\tau_2 s + 1}$	$G_3(s) = \dfrac{Y_3(s)}{Y_2(s)} = \dfrac{K_3}{\tau_3 s + 1}$	$G_n(s) = \dfrac{Y_n(s)}{Y_{n-1}(s)} = \dfrac{K_n}{(\tau_n s + 1)}$

y así sucesivamente. Cada una de estas funciones de transferencia relaciona lo que sale y lo que entra de cada tanque, individualmente. Se puede obtener funciones de transferencia relacionando la salida de cada tanque con la entrada *de todo el proceso*, es decir con U, multiplicando las funciones de transferencia que haya entre la entrada y la salida deseada. Así pues:

Tanque 1	Tanque 2	Tanque 3
$\dfrac{Y_1(s)}{U(s)} = \dfrac{K_1}{\tau_1 s + 1}$	$\dfrac{Y_2(s)}{U(s)} = \dfrac{K_1 K_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\dfrac{Y_3(s)}{U(s)} = \dfrac{K_1 K_2 K_3}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1)}$

Tanque n

$$\frac{Y_3(s)}{U(s)} = \frac{K_1 K_2 K_3 \ldots K_n}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)(\tau_3 s + 1)\cdots(\tau_n s + 1)}$$

Considérese el caso en el que todas las ganancias estáticas son iguales a 1, y que todos los tanques tienen igual constante de tiempo, también igual a 1. Entonces, las funciones de transferencia se simplifican a:

Tanque 1	Tanque 2	Tanque 3	Tanque n
$\dfrac{Y_1(s)}{U(s)} = \dfrac{1}{s+1}$	$\dfrac{Y_2(s)}{U(s)} = \dfrac{1}{(s+1)^2}$	$\dfrac{Y_3(s)}{U(s)} = \dfrac{1}{(s+1)^3}$	$\dfrac{Y_3(s)}{U(s)} = \dfrac{1}{(s+1)^n}$

Asuma también que la entrada es un cambio en escalón de magnitud $A = 1$, es decir, $U(s) = \dfrac{1}{s}$. Las funciones de transferencia de las salidas se vuelven:

Tanque 1	Tanque 2	Tanque 3	Tanque n
$Y_1(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$	$Y_2(s) = \dfrac{1}{s(s+1)^2}$	$Y_3(s) = \dfrac{1}{s(s+1)^3}$	$Y_n(s) = \dfrac{1}{s(s+1)^n}$

Aplicando transformada inversa de Laplace, encontrar expresiones matemáticas para $y_1(t)$, $y_2(t)$ y $y_3(t)$. Asumiendo que la concentración inicial en el sistema era cero ($C_{A,s} = 0$), elaborar una gráfica con la concentración de los tres primeros tanques en función del tiempo, para el intervalo $0 \le t \le 6$. Comentar las características más significativas de las tres curvas.