PORTAFOLIO FENÓMENOS DE TRANSPORTE 1

EJERCICIO 1

Encontrar la solución general de $\dfrac{\partial u}{\partial x} = u + \dfrac{\partial u}{\partial y}$ por separación de variables.

RESPUESTA: $u(x, y) = Ce^{a(x+y)-y}$

EJERCICIO 2

Aplicar el método de separación de variables para separar la siguiente ecuación diferencial parcial en dos ecuaciones diferenciales ordinarias (no resolverlas, sólo separarlas).

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

RESPUESTA: $\dfrac{d^2 T}{dt^2} + \dfrac{dT}{dt} - aT = 0$, $\dfrac{d^2 X}{dx^2} + aX = 0$

EJERCICIO 3

Empleando el método de combinación de variables, transformar la siguiente ecuación diferencial parcial:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y\frac{\partial u}{\partial x} = y^3 \frac{\partial u}{\partial y}$$

en una ecuación diferencial ordinaria. Usar $\eta = ax^b y^c$ donde a, b y c son constantes que se determinarán en base a la simplificación de la ecuación diferencial.

RESPUESTA: $\dfrac{d^2 u}{d\eta^2} + (1-\eta)\dfrac{du}{d\eta} = 0$, donde $\eta = xy$

EJERCICIO 4

Encontrar la solución general de las siguientes ecuaciones diferenciales:

(**A**) $$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} + \left(1 - \frac{4}{x^2}\right) y = 0$$

(**B**) $$\frac{d}{dr}\left(r\frac{du}{dr}\right) = 4r^3 u$$

(**C**) $$\frac{d}{dx}\left(x^6 \frac{dy}{dx}\right) + \left(9x^6 + 4x^4\right) y = 0$$

(Sugerencia: En los tres casos, la solución involucra funciones de Bessel.)

RESPUESTAS: (**A**) $y(x) = C_1 \mathrm{J}_2(x) + C_2 \mathrm{Y}_2(x)$

(**B**) $u(r) = C_1 \mathrm{I}_0(r^2) + C_2 \mathrm{K}_0(r^2)$

(**C**) $y(x) = x^{-5/2}\left[C_1 \mathrm{J}_{3/2}(3x) + C_2 \mathrm{Y}_{3/2}(3x)\right]$

EJERCICIO 5

Estimar la viscosidad del vapor de cloroformo a 200°C y 1 atm aplicando (**A**) la teoría cinética de Chapman-Enskog y (**B**) el método de Stiel y Thodos. Comparar ambos resultados.

RESPUESTA: (A) 1.61×10^{-5} Pa·s (B) 1.63×10^{-5} Pa·s

EJERCICIO 6

El ciclopentano hierve a 49°C y tiene una densidad de líquido de 0.745 g/cm³. Estimar la viscosidad del vapor de ciclopentano a 150°C.

RESPUESTA: 110 μP

EJERCICIO 7

El vapor de fenol a 750°C y 1 atm tiene una viscosidad de 247 μP. ¿Cuál será su viscosidad si la presión aumenta a 450 atm?

RESPUESTA: 796.8 μP

EJERCICIO 8

Estimar la viscosidad de una mezcla gaseosa de 20% mol benceno, 35% mol tolueno y 45% mol ciclohexano a 100°C y 1 atm. Las viscosidades de los componentes puros a las mismas condiciones de temperatura y presión son 92.5 μP, 89.1 μP y 87.3 μP, respectivamente.

RESPUESTA: 88.9 μP

EJERCICIO 9

Estimar la viscosidad a temperatura ambiente de una mezcla líquida que contiene un 33% de acetonitrilo y un 67% de acetato de butilo (en base molar). Las viscosidad de los componentes puros a temperatura ambiente es 0.37 y 2.98 cP, respectivamente.

RESPUESTA: 1.5 cP

EJERCICIO 10

Ejercicio libre – Cada alumno debe buscar en la bibliografía la viscosidad en fase gaseosa de alguna sustancia pura, y luego estimarla con los método de Champman-Enskog y de Stiel-Thodos, a las mismas condiciones de temperatura y presión que reporte su fuente bibliográfica. Calcular en cada caso el error porcentual respecto al valor experimental. Indispensable anexar copia de la página donde aparece el dato experimental, anotando en ella los datos bibliográficos.

EJERCICIO 11

La Figura 1 muestra un líquido newtoniano fluye en forma laminar descendiendo por una pared inclinada. Considerando el sistema de coordenadas y el volumen de control de lados Δx por Δy por Δz mostrado en la Figura 2, efectuar el balance de momentum en la dirección x, identificando claramente las entradas, salidas y fuerzas que actúan sobre el volumen de control. Resolver la ecuación diferencial resultante para encontrar el perfil de velocidades v_x en función de y.

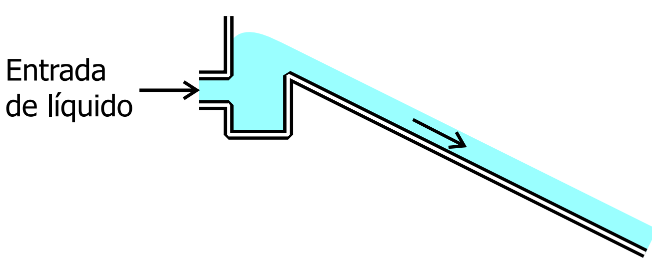


FIGURA 1. Flujo en pared inclinada

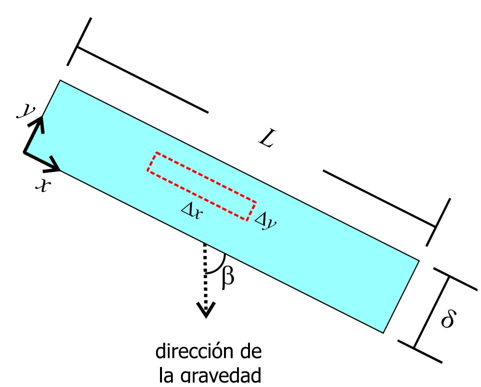


FIGURA 2. Sistema y volumen de control

RESPUESTA: $v_x = \frac{\rho g \delta^2 \cos\beta}{\mu}\left[\left(\frac{y}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{\delta}\right)^2\right]$

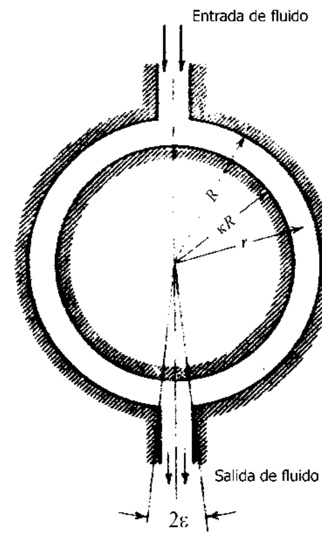
EJERCICIO 12

El espacio entre dos cilindros coaxiales se encuentra lleno con un fluido newtoniano incompresible a temperatura constante. Los radios de las superficies interna y externa que se encuentran en contacto con el líquido son κR y R respectivamente ($\kappa < 1$). Las velocidades angulares de rotación del cilindro interno y el cilindro externo son Ω_1 y Ω_2 respectivamente. Se puede asumir que la velocidad de rotación es baja (flujo reptante). Determinar el perfil de velocidades del fluido en estas condiciones. NOTA: Recordar que la velocidad tangencial es igual al producto de la velocidad angular por el radio de giro.

RESPUESTA: $v_\theta = \dfrac{\kappa R}{1-\kappa^2}\left[\left(\Omega_2 - \kappa^2\Omega_1\right)\left(\dfrac{r}{\kappa R}\right) + \left(\Omega_1 - \Omega_2\right)\left(\dfrac{\kappa R}{r}\right)\right]$

EJERCICIO 13

Un fluido newtoniano muy viscoso fluye en el espacio $\kappa R \le r \le R$ comprendido entre dos esferas concéntricas, tal como de muestra en la figura. Se desea hallar la velocidad de flujo en el sistema en función de la diferencia de presión que se le aplica. Supóngase que $v_\theta = v_\theta(r,\theta)$ y que $v_r = 0$ y $v_\phi = 0$. Despréciense además la gravedad y los efectos en los extremos.



(**A**) Demostrar, utilizando la ecuación de continuidad, que $v_\theta \operatorname{sen}\theta = u(r)$, siendo $u(r)$ una función aún desconocida.

(**B**) Escribir el componente θ de la ecuación de movimiento para este sistema, suponiendo velocidades de flujo suficientemente bajas, de forma que pueda despreciarse todo el primer miembro de la ecuación. Demostrar que esta ecuación queda reducida a:

$$0 = -\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu\left[\frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\theta}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{du}{dr}\right)\right]$$

(**OPCIONAL**) Esta ecuación diferencial parcial se puede separar en las dos siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias, donde B es una constante de separación:

$$\operatorname{sen}\theta\frac{dP}{d\theta} = B \qquad\qquad \frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{du}{dr}\right) = B$$

Resolver dichas ecuaciones diferenciales para llegar a los siguientes resultados:

$$\Delta P = B\ln\left(\frac{1-\cos\varepsilon}{1+\cos\varepsilon}\right) = -BE(\varepsilon) \qquad\qquad \text{donde } E(\varepsilon) = -\ln\left(\frac{1-\cos\varepsilon}{1+\cos\varepsilon}\right)$$

$$u = \frac{R\Delta P}{2\mu E(\varepsilon)}\left[\left(1-\frac{r}{R}\right)+\kappa\left(1-\frac{R}{r}\right)\right] \qquad\qquad v_\theta(r,\theta) = \frac{R\csc\theta\,\Delta P}{2\mu E(\varepsilon)}\left[\left(1-\frac{r}{R}\right)+\kappa\left(1-\frac{R}{r}\right)\right]$$

siendo ΔP la diferencia de presión entre los extremos.