# Programación y Métodos Numéricos

Ejercicios Enero – Junio 2017

## EJERCICIO 1

En cada caso, evaluar la expresión dada, realizando las operaciones paso a paso de acuerdo al orden de precedencia de los operadores aritméticos en Scilab.

<table>
<tr><td>1 - 2 * 3 / 4 + 5</td><td>1 / 3 * 3 ^ 3 + 1</td></tr>
<tr><td>6 * 3 / 2 * 5</td><td>(6 * 3) / (2 * 5)</td></tr>
<tr><td colspan="2">(2 + 1) * 3 + 4 * (2 ^ 2 - 1)</td></tr>
</table>

## EJERCICIO 2

Determinar si cada una de las expresiones booleanas siguientes da un resultado verdadero (**V**) o falso (**F**), considerando que los valores de las variables son `w = 3`, `x = 1`, `y = 4`, `z = -2`.

<table>
<tr><td>x > 1</td><td>x >= 1</td></tr>
<tr><td>z < x</td><td>y == w + x</td></tr>
<tr><td>~(x <> (y - w))</td><td>(2 * x - z) == y</td></tr>
<tr><td>(w > 0) | (z > 0)</td><td>(w > 0) & (z > 0)</td></tr>
<tr><td colspan="2">((x + y) == (w - z)) & (4 * x <= y)</td></tr>
</table>

## EJERCICIO 3 – OPCIONAL

Considérese que `p` y `q` son dos variables booleanas. El operador lógico XOR (“o exclusivo”) da como resultado verdadero si `p` es verdadera o si `q` es verdadera, pero el resultado es falso si ambos `p` y `q` son verdaderos o falsos. ¿Cómo se podría expresar esta operación en Scilab, empleando los operadores booleanos básicos `&` (AND), `|` (OR) y `~` (NOT)?

## EJERCICIO 4

Escribir un programa en Scilab que calcule el área lateral y el área total de un cilindro. El programa debe pedir al usuario los datos de radio y longitud del cilindro. Como valores para la corrida de prueba, tomar 2.7 cm de radio y 12.4 cm de longitud.

## EJERCICIO 5

Escribir un programa en Scilab que calcule el radio de una esfera a partir de su volumen (proporcionado por el usuario). Como valor de prueba, emplear 435 $cm^3$.

## EJERCICIO 6

Cada uno de los siguientes fragmentos de código Scilab tiene al menos un error. Señalar los errores y explicar la razón por la cual es un error.

| CÓDIGO | EXPLICACIÓN DE LOS ERRORES |
|---|---|
| `exec"(MiPrograma.sce)";` | |
| `lado=5;`<br>`volumen=Lad0^3;` | |
| `disp(Este programa calcula la velocidad)` | |
| `// El lado de un cubo se calcula como`<br>`// la raíz cúbica de su volumen`<br>`lado=volumen^1/3` | |
| `input("Distancia en metros ");` | |
| `perimetro=2%pi*radio` | |
| `área_triángulo = base*altura/2;` | |

| CÓDIGO | EXPLICACIÓN DE LOS ERRORES |
|---|---|
| `energia potencial=masa*gravedad*altura;` | |
| `perimetro = %PI*diametro` | |
| `Juan Pérez`<br>`Programación y Métodos Numéricos`<br>`Cálculo del tiempo de caída libre`<br>`h=input(“Altura de caída en metros?”);`<br>`g=9.81;`<br>`t=(2h/g)**0.5;`<br>`disp("El tiempo es " + string(t) + " s")` | |

## EJERCICIO 7 - OPCIONAL

En Termodinámica, se estudia la ecuación de estado de Van der Waals:

$$\left(P+\frac{a}{v^2}\right)(v-b)=RT$$

en donde $P$ es la presión (atm), $v$ es el volumen específico (L/mol), $T$ es la temperatura absoluta (K), $R$ es la constante universal de los gases (0.082057 atm·L/mol·K), y los parámetros $a$ y $b$ se pueden estimar a partir de los datos del punto crítico empleando las fórmulas:

$$a=\frac{27R^2T_c^{\ 2}}{64P_c} \qquad b=\frac{RT_c}{8P_c}$$

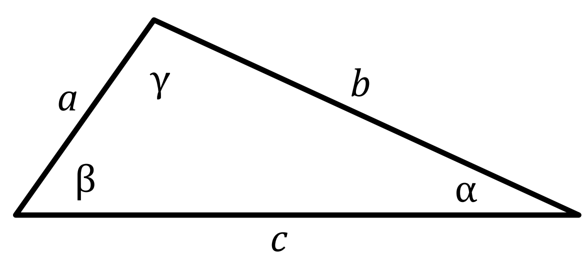
donde $T_c$ es la temperatura crítica (K) y $P_c$ es la presión crítica (atm).

Escribir un programa en Scilab que calcule la presión empleando la ecuación de estado de Van der Waals. El programa debe solicitar al usuario como datos la temperatura, el volumen específico, la temperatura crítica y la presión crítica (en las unidades indicadas anteriormente). El programa no debe pedir el valor de la constante de los gases, éste debe ser incorporado directamente en el programa.

Emplear los siguientes valores para la corrida de prueba: $T$ = 298 K, $v$ = 0.6 L/mol, $T_c$ = 304.12 K, $P_c$ = 72.78 atm.

## EJERCICIO 8

Desarrollar un programa en Scilab para uno de los casos de resolución de triángulos: cuando se conoce la longitud de dos lados $a$ y $b$, así como el ángulo $\gamma$ entre ellos.




El tercer lado se puede encontrar entonces aplicando la ley del coseno:

$$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\gamma}$$

Luego, uno de los ángulos se obtiene también de la ley del coseno:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$$

Finalmente, el tercer ángulo se obtiene por diferencia, dado que $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Para la corrida de prueba, emplear los valores $a$ = 3.20, $b$ = 9.55 y $\gamma$ = 85°.

## EJERCICIO 9

Adaptado de Gilat (2006), "Matlab: una introducción con ejemplos prácticos", Editorial Reverté.

La serie de Leibniz es la sumatoria:

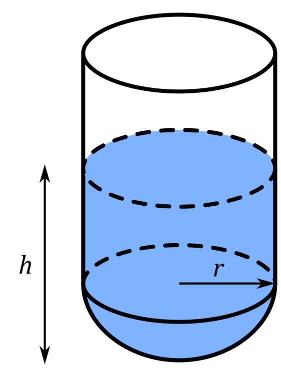
$$\sum_{n=0}^{m} \frac{(-1)^n}{2n+1}$$

que converge al valor de $\pi/4$ cuando $m$ es un número muy grande. Escribir un programa en Scilab que emplee un ciclo **for** para calcular el valor de la sumatoria de acuerdo al valor de $m$ dado por el usuario. Correr el programa para $m$ = 10 y para $m$ = 500. Comparar estos resultados con el valor verdadero de $\pi/4$ (0.78539816…)

## EJERCICIO 10

Considérese un tanque vertical de forma cilíndrica, con fondo hemisférico, que se llena parcialmente con un líquido. El volumen de líquido en el tanque se puede calcular conociendo el nivel mediante la siguiente función definida por partes:

$$V = \begin{cases} \frac{1}{3}\pi h^2 (3r - h) & \text{si } h < r \\ \frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2 (h - r) & \text{si } h \geq r \end{cases}$$




donde $r$ es el radio del tanque en metros, $h$ es el nivel (o altura) del líquido medido desde el fondo del tanque, también en metros, y $V$ es el volumen de líquido en metros cúbicos.

Escribir un programa en Scilab para calcular el volumen de líquido en un tanque de 0.9 m de diámetro y 1.8 m de altura total (estos dos datos deben asignarse a variables directamente en el código, no ser pedidos al usuario). El programa debe pedir el nivel del líquido en metros, y reportar el volumen en litros. El programa debe responder un mensaje de error si se le da un nivel negativo o mayor que 1.8 metros. Reportar las corridas de prueba para los siguientes valores de $h$: 0.3 m, 1.5 m, 2.1 m y −1 m.

## EJERCICIO 11

Escribir un programa en Scilab que realice conversiones de temperaturas. El programa debe, en primera instancia, preguntar al usuario que especifique, usando una letra entre comillas, en qué unidades está el dato de temperatura. Luego debe preguntar el valor de la temperatura, y usar una estructura **select** para efectuar los cálculos de las temperaturas en las otras tres escalas, según la escala del dato. Finalmente, el programa debe mostrar los resultados de la conversión, en las cuatro escalas de temperatura. Se muestra a continuación una corrida de ejemplo:

```
Conversiones de temperatura.
En qué unidades está su dato (C/F/K/R)?  "C"
Cuál es el valor de la temperatura?  25
25.00 °C = 77.00 °F = 298.15 K = 536.67 R
```

Realizar cuatro corridas de prueba, empleando los siguientes datos: 37 °C, −40 °F, 300 K y 500 R.

## EJERCICIO 12

Empleando comandos de Scilab (no introducir únicamente los números), generar las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$G =$ una matriz de 5×5 de números aleatorios, pero con ceros en la diagonal principal.

## EJERCICIO 13

La fuerza de arrastre ejercida por un fluido en movimiento alrededor de una esfera está dada por:

$$F = \tfrac{1}{2}\rho v^2 A C_D$$

donde $C_D$ es el coeficiente de arrastre que es función del número de Reynolds, $\mathrm{Re} = \dfrac{\rho v D}{\mu}$.

Se han desarrollado muchas correlaciones para el coeficiente de arrastre, una de las cuales es:

$$C_D = \frac{24}{\mathrm{Re}} + \frac{6}{1+\mathrm{Re}^{0.5}} + 0.4$$

Escribir una función en Scilab que calcule $C_D$ en función de $\mathrm{Re}$, y usarla en un programa que calcule la fuerza de arrastre sobre una esfera, empleando como datos proporcionados por el usuario la densidad, velocidad y viscosidad del fluido, y el diámetro de la esfera. Emplear luego ese programa para calcular la fuerza de arrastre ejercida sobre un balón de futbol de 22 cm de diámetro, en un dia airoso en la ciudad de Durango, con una velocidad del viento de 50 km/h. Tomar la densidad del aire como 0.95 kg/m$^3$, y su viscosidad como $1.8\times10^{-5}$ kg/m·s.

## EJERCICIO 14

Escribir un grupo de funciones en Scilab que realicen las siguientes operaciones elementales por renglones en una matriz: (A) multiplicar un renglón por una constante, (B) intercambiar dos renglones, (C) multiplicar un renglón por una constante y sumarlo a otro renglón. Emplear estas funciones directamente en la consola de Scilab para resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 4x_1 + x_2 + 2x_3 &= 14 \\ 6x_1 + 5x_2 + x_3 &= -7 \\ 3x_2 + 2x_3 &= 2 \end{aligned}$$

## EJERCICIO 15

Escribir un programa en Scilab que resuelva un sistema de ecuaciones lineales por eliminación de Gauss-Jordan, empleando las funciones del ejercicio anterior. El progama debe de asumir que existen las variables **A** y **b**, de las dimensiones correctas, antes de su ejecución. Como corrida de prueba, resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} 0.7071068 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7071068 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0.7071068 & 0 & 1 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.7071068 & 0 & 0 & -0.8660254 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0.5 & -0.7071068 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.8660254 & -0.7071068 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.5 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.8660254 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -0.5 & 0 & 0.7071068 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.8660254 & 0 & 0.7071068 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{AB} \\ T_{AE} \\ T_{BC} \\ T_{BE} \\ T_{CD} \\ T_{CE} \\ T_{DE} \\ A_y \\ D_x \\ D_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \\ 500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$$

## EJERCICIO 16

Usando la serie de Taylor para $e^x$, calcular el valor de $e^{1.55}$ empleando el número de términos indicados en la tabla. Calcular también el error absoluto y el error relativo, tomando como valor verdadero $e^{1.55} = 4.7114701834$.

| número de términos | valor calculado | error absoluto | error relativo |
|---|---|---|---|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 6 | | | |
| 7 | | | |

## EJERCICIO 17

Adaptado de Chapra y Canale, "Métodos Numéricos para Ingenieros", McGraw-Hill.

La cantidad $C$ de bacterias nocivas en un lago decrece de acuerdo a la relación $C = 80e^{-2t} + 20e^{-0.4t}$ donde el tiempo $t$ está dado en días. Determinar el tiempo requerido para que la cantidad de bacterias disminuya a 10, usando (A) el método de bisección, usando el intervalo [0,10] y (B) el método de Newton-Raphson usando como valor inicial 1.

RESPUESTA: 2.072 días

## EJERCICIO 18

Adaptado de Miller y Freund, "Probabilidad y Estadística para Ingenieros", 3ª edición, Prentice-Hall.

Una compañía utiliza un proceso de extracción para obtener un producto químico. Se desea analizar cómo influye el tiempo de extracción en la eficiencia del proceso. Para los siguientes datos experimentales, obtener por regresión lineal simple una ecuación que relacione la eficiencia de extracción en función del tiempo de extracción. Elaborar también una gráfica con los datos y la línea de regresión.

RESPUESTA: $E = 0.764\,t + 39.052$

($R^2$ = 0.68)

| Tiempo (min) $t$ | Eficiencia (%) $E$ |
|---|---|
| 27 | 57 |
| 45 | 64 |
| 41 | 80 |
| 19 | 46 |
| 35 | 62 |
| 39 | 72 |
| 19 | 52 |
| 49 | 77 |
| 15 | 57 |
| 31 | 68 |

**EJERCICIO 19**

Escribir un programa en Scilab para interpolación lineal simple. El programa debe pedir los valores de $x_1$, $y_1$, $x_2$, $y_2$ y $x$, y calcular el valor interpolado con la fórmula:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Para la corrida de prueba, interpolar la viscosidad de una solución de sacarosa al 20% a una temperatura de 25 °C (usar datos de la tabla del siguiente ejercicio).

**EJERCICIO 20**

La tabla muestra la viscosidad de soluciones de sacarosa al 20%. Empleando interpolación de Lagrange, estimar el valor de la viscosidad a 25 °C.

| Temperatura (°C) | Viscosidad (cP) |
|---|---|
| 0 | 14.82 |
| 10 | 9.83 |
| 20 | 6.22 |
| 35 | 3.78 |

**EJERCICIO 21**

La tabla muestra el calor específico de soluciones acuosas de ácido clorhídrico al 20% en función de la temperatura. Mediante integración numérica desde 0 °C hasta 60°C, calcular la entalpía de esta solución a 60 °C.

| Temperatura (°C) | Calor específico (cal/g·°C) |
|---|---|
| 0 | 0.580 |
| 10 | 0.575 |
| 20 | 0.591 |
| 40 | 0.615 |
| 60 | 0.638 |

**EJERCICIO 22**

Graficar la solución de la ecuación diferencial $y' = y(1-y)$ desde el punto inicial $x_0$ = 0, $y_0$ = 0.1 hasta el punto final $x_f$ = 7, usando un tamaño de paso $h$ = 0.1.