Balance de Momentum, Calor y Masa

Ejercicios Agosto – Diciembre 2018

EJERCICIO 0 – REPASO DE ECUACIONES DIFERENCIALES (OPCIONAL)

En cada caso, resolver la ecuación diferencial. Cuando se proporcione condiciones de frontera, emplearlas para obtener la solución particular.

RESPUESTAS:

1.	$\frac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$	$-3e^{-2y} = 2e^{3x} + C$
2.	$\frac{d}{dx}\left(x\frac{dy}{dx}\right) = 0$	$y = C_1 \ln x + C_2$
3.	$\left(4y + yx^2\right)dy - \left(2x + xy^2\right)dx = 0$	$2 + y^2 = C\left(4 + x^2\right)$
4.	$x\frac{dy}{dx} + 2y = 3$	$y = \frac{3}{2} - \frac{C}{2x^2}$
5.	$\frac{dy}{dx} + e^{-3x} = 0$	$y = \frac{1}{3}e^{-3x} + C$
6.	$\frac{dy}{dx} + y = e^{3x}$ con $y(0) = 1$	$y = \frac{1}{4}e^{3x} + \frac{3}{4}e^{-x}$
7.	$2\frac{d^2y}{dx^2} + 5\frac{dy}{dx} = 0$	$y = C_1 + C_2 e^{-\frac{5}{2}x}$
8.	$\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$	$y = C_1 \operatorname{sen}(3x) + C_2 \cos(3x)$
9.	$\frac{d^2y}{dx^2} - 10\frac{dy}{dx} + 25y = 0$	$y = C_1 e^{5x} + C_2 x e^{5x}$
10.	$\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 5y = 0$	$y = C_1 e^{2x} \operatorname{sen} x + C_2 e^{2x} \cos x$

EJERCICIO 1

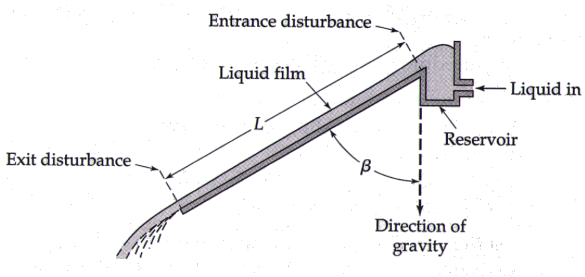
Una pecera está derramando agua por un costado (de ancho B y altura H), formando una capa vertical descendente de espesor δ uniforme. Empleando un sistema de coordenadas rectangulares, con el origen en la esquina superior de la pecera, realizar un balance diferencial de momentum en un volumen de control de espesor Δx para encontrar el perfil de velocidad v_z en función de x. Determinar también la velocidad máxima.

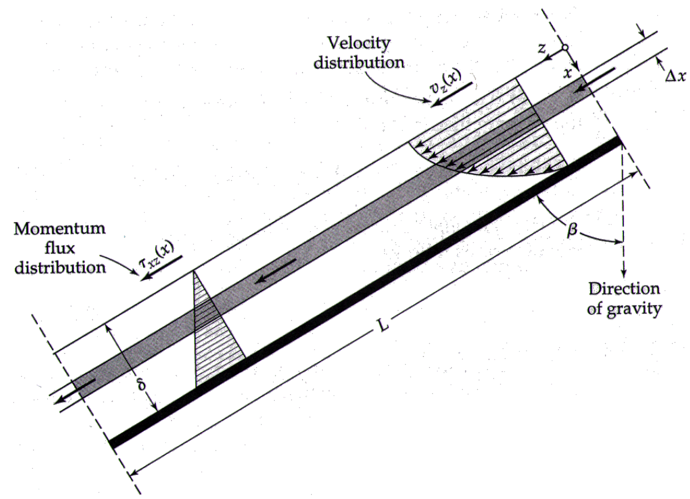
RESPUESTA: $v_z = \frac{\rho g \delta^2}{\mu}\left[\left(\frac{x}{\delta}\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right]$, $v_{z,\max} = \frac{\rho g \delta^2}{2\mu}$

EJERCICIO 2

Adaptado de Bird (2002)

Se tiene un líquido newtoniano que desciende en forma laminar formando una capa de espesor uniforme δ por encima de una pared inclinada de longitud L y ancho W. Empleando el sistema de coordenadas que se muestra en la figura, obtener la ecuación diferencial del sistema mediante simplificación de las ecuaciones de conservación, y determinar el perfil de velocidades $v_z(x)$.





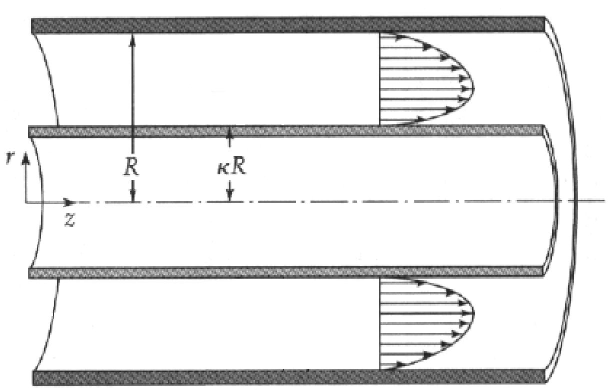
RESPUESTA: $v_z = \frac{\rho g \delta^2 \cos\beta}{2\mu}\left[1-\left(\frac{x}{\delta}\right)^2\right]$

EJERCICIO 3

Adaptado de Bird (1960) y Bird (2002)

Se desea analizar el movimiento de un fluido newtoniano en flujo laminar isotérmico en el espacio anular entre dos tuberías cilíndricas coaxiales de radios R y κR y longitud L. La presión del fluido en los extremos es P_0 en $z=0$, y P_L en $z=L$ (con $P_0 > P_L$). Como las tuberías están en posición horizontal, se puede ignorar el efecto de la gravedad. Obtener el perfil de velocidad v_z en función de r.

OPCIONAL: Determinar también el flujo volumétrico y la velocidad máxima.



RESPUESTA:

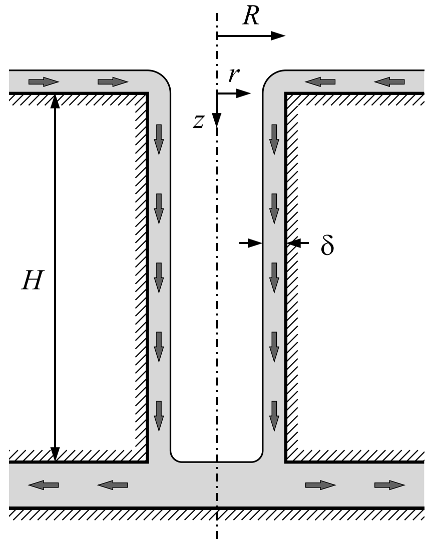
$$v_z = \frac{(P_0-P_L)R^2}{4\mu L}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2-\frac{1-\kappa^2}{\ln\kappa}\ln\left(\frac{r}{R}\right)\right]$$

$$\dot{V} = \frac{\pi(P_0-P_L)R^4}{8\mu L}\left[1-\kappa^4+\frac{(1-\kappa^2)^2}{\ln\kappa}\right]$$

$$v_{z,\max} = \frac{(P_0-P_L)R^2}{4\mu L}\left\{1-\left(\frac{\kappa^2-1}{\ln\kappa^2}\right)\left[1-\ln\left(\frac{\kappa^2-1}{\ln\kappa^2}\right)\right]\right\}$$

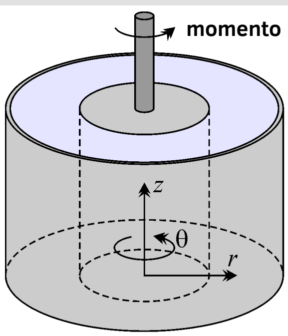
EJERCICIO 4 – OPCIONAL

Se desea determinar el perfil de velocidades en estado estable de un líquido newtoniano que escurre dentro de un tubo vertical de longitud H y radio interior R, formando una película laminar de espesor uniforme δ sobre la superficie interior del tubo. La temperatura y la presión son constantes en todo el sistema.

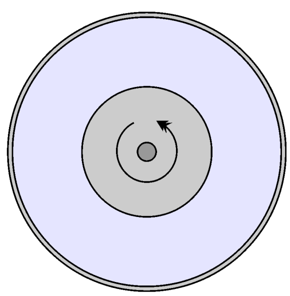


RESPUESTA: $$v_z(r) = \frac{\rho g R^2}{4\mu}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2 + 2\left(\frac{R-\delta}{R}\right)^2 \ln\left(\frac{r}{R}\right)\right]$$

EJERCICIO 5



vista en perspectiva



vista superior

El espacio entre dos cilindros coaxiales verticales se encuentra lleno con un líquido newtoniano a temperatura constante. El cilindro interno tiene radio R_1 y el cilindro externo tiene radio R_2. El cilindro interno gira con una velocidad angular constante Ω debido a la aplicación de un momento de giro; mientras que el cilindro externo se mantiene fijo. Mediante simplificación de las ecuaciones de conservación, determinar el perfil de velocidad $v_\theta(r)$ para el movimiento laminar del fluido.

NOTA: Recordar que la velocidad tangencial es igual al producto de la velocidad angular por el radio de giro.

RESPUESTA: $$v_\theta = \frac{\Omega R_1^{\,2} R_2}{R_2^{\,2} - R_1^{\,2}}\left(\frac{R_2}{r} - \frac{r}{R_2}\right)$$

EJERCICIO 6

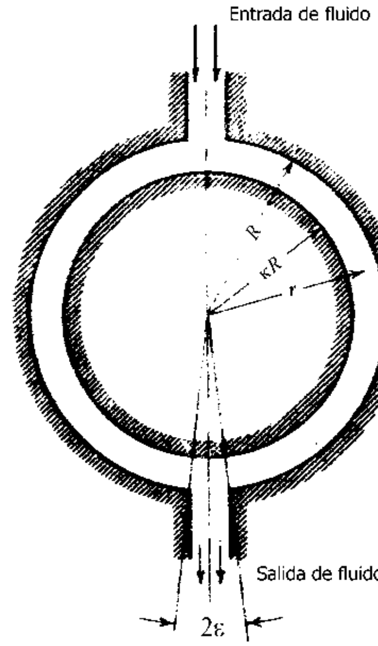
Obtener el perfil de velocidad de un fluido de la potencia que desciende por una pared vertical formando una película descendente laminar de espesor δ. Ubicar el origen del sistema de coordenadas en la parte superior de la pared.

RESPUESTA: $$v_z = \frac{n}{n+1}\left(\frac{\rho g \delta^{n+1}}{K}\right)^{\frac{1}{n}}\left[1-\left(1-\frac{x}{\delta}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]$$

EJERCICIO 7 – OPCIONAL

Adaptado de Bird (1960).

Un líquido newtoniano muy viscoso fluye en el espacio $\kappa R \le r \le R$ $(0 < \kappa < 1)$ entre dos esferas concéntricas, como se muestra en la figura. Se desea hallar la velocidad de flujo en el sistema en función de la diferencia de presión ΔP que se le aplica. Supóngase que $v_\theta = v_\theta(r,\theta)$ y que $v_r = 0$ y $v_\phi = 0$. Despreciar también la gravedad y los efectos en los extremos.



(**A**) De la ecuación de conservación de masa, demostrar que $v_\theta \operatorname{sen}\theta = u(r)$, donde $u(r)$ es una función de r aún desconocida.

(**B**) Escribir el componente θ de la ecuación de conservación de momentum, suponiendo velocidades de flujo suficientemente bajas de forma que pueda despreciarse los términos de advección (flujo reptante). Demostrar que esta ecuación se reduce a:

$$0 = -\frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu\left[\frac{1}{r^2 \operatorname{sen}\theta}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{du}{dr}\right)\right]$$

(**C**, opcional) La ecuación diferencial parcial obtenida en el inciso anterior se puede separar en dos siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias, donde B es una constante de separación:

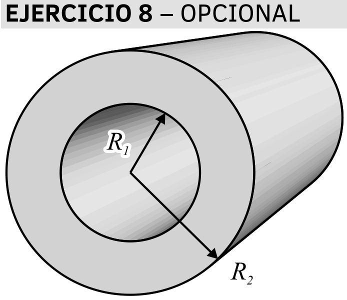
$$\operatorname{sen}\theta\frac{dP}{d\theta} = B \qquad\qquad \frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{du}{dr}\right) = B$$

Resolver estas ecuaciones diferenciales para llegar a los siguientes resultados:

$$\Delta P = B\ln\left(\frac{1-\cos\varepsilon}{1+\cos\varepsilon}\right) = -BE(\varepsilon) \qquad \text{donde } E(\varepsilon) = -\ln\left(\frac{1-\cos\varepsilon}{1+\cos\varepsilon}\right)$$

$$u = \frac{R\Delta P}{2\mu E(\varepsilon)}\left[\left(1-\frac{r}{R}\right)+\kappa\left(1-\frac{R}{r}\right)\right] \qquad v_\theta(r,\theta) = \frac{R\csc\theta\Delta P}{2\mu E(\varepsilon)}\left[\left(1-\frac{r}{R}\right)+\kappa\left(1-\frac{R}{r}\right)\right]$$

EJERCICIO 8 – OPCIONAL



Considérese un cilindro hueco de radio interior R_1 y radio exterior R_2 y longitud L. Las superficies interna y externa del cilindro se mantienen a temperaturas constantes T_1 y T_2, respectivamente, y los extremos del cilindro se mantienen aislados. Plantear el balance de energía en un volumen de control ubicado entre r y $r+\Delta r$, de la misma longitud L, y resolver la ecuación diferencial resultante para obtener el perfil de temperaturas $T(r)$ en estado estable, para $R_1 \le r \le R_2$.

RESPUESTA: $T(r) = T_1 + (T_2 - T_1)\dfrac{\ln(r/R_1)}{\ln(R_2/R_1)}$

EJERCICIO 9

Mediante simplificación de la ecuación de conservación de la energía térmica, determínese el perfil de temperatura en un cascarón esférico de radio interno R_1 y radio externo R_2, cuyas superficies se mantienen respectivamente a temperaturas constantes T_1 y T_2.

RESPUESTA: $T(r) = T_1 + (T_2 - T_1)\dfrac{R_2(r-R_1)}{r(R_2-R_1)}$

EJERCICIO 10

Se tiene una barra metálica recta de longitud L que está aislada en todos sus lados excepto en el extremo $z = L$, que se mantiene a una temperatura constante T_L. Dentro de la barra hay una generación de calor no uniforme dada por:

$$\dot{G} = az(L - z)$$

donde a es una constante con unidades W/m⁵. Determinar el perfil de temperatura en estado estable así como la temperatura máxima en la barra.

RESPUESTA: $T(z) = T_L + \dfrac{aL^4}{12k}\left[\left(\dfrac{z}{L}\right)^4 - 2\left(\dfrac{z}{L}\right)^3 + 1\right], \quad T_{\max} = T_L + \dfrac{aL^4}{12k}$

EJERCICIO 11

Un fluido newtoniano se mueve de forma laminar en una tubería cilíndrica de radio interno R y longitud L, con un perfil de velocidad dado por:

$$v_z = \frac{(\Delta\mathscr{P})R^2}{4\mu L}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

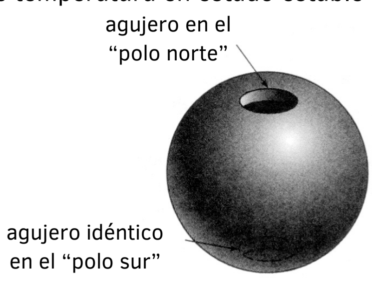
donde ΔP es la diferencia de presión entre los extremos de la tubería y μ es la viscosidad del fluido. Si la viscosidad y la velocidad del fluido son suficientemente altas, la disipación viscosa de energía, producida por las fuerzas de fricción entre las capas de fluido, hace que la temperatura del fluido aumente. Se puede asumir que el sistema está en estado estable, que la pared de la tubería se mantiene a una temperatura constante T_w, y que las propiedades del fluido son constantes. Determinar el perfil de temperatura en este caso, en función de la posición r.

RESPUESTA: $T = T_w + \dfrac{(\Delta\mathscr{P})^2 R^4}{64\mu L^2 k}\left[1 - \left(\dfrac{r}{R}\right)^4\right]$

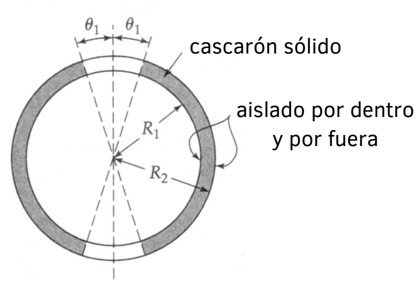
EJERCICIO 12 – OPCIONAL

Adaptado de Bird (2002)

Considerar un cascarón esférico de radios interno y externo R_1 y R_2 respectivamente. Una perforación se efectúa en el "polo norte" del cascarón al cortar el segmento cónico en la región $0 \le \theta \le \theta_1$. Una perforación similar se hace en el "polo sur" removiendo la porción comprendida en $(\pi - \theta_1) \le \theta \le \pi$. Las superficies interna y externa del cascarón se mantienen aisladas. La superficie expuesta en el agujero superior ($\theta = \theta_1$) se mantiene a una temperatura $T = T_1$, y la superficie expuesta en el agujero inferior ($\theta = \pi - \theta_1$) se mantiene a una temperatura $T = T_2$. Encontrar la distribución de temperatura en estado estable en el cascarón.



vista del cascarón esférico en perspectiva



vista en sección transversal sobre el eje z

RESPUESTA: $T = T_1 + (T_2 - T_1)\dfrac{\ln\left[\dfrac{\operatorname{sen}\theta_1(1-\cos\theta)}{\operatorname{sen}\theta(1-\cos\theta_1)}\right]}{\ln\left[\dfrac{1+\cos\theta_1}{1-\cos\theta_1}\right]}$

EJERCICIO 13

Una varilla de vidrio borosilicato (k = 1.4 W/m·K, α = 7.5×10^{-7} m²/s) de 4 mm de diámetro se va a someter a un tratamiento térmico para mejorar su resistencia mecánica. Para ello, se introduce durante 7.5 segundos en un horno, donde va a entrar en contacto con aire caliente a 350 °C. El coeficiente de transferencia de calor entre el aire y la varilla es 830 W/m²·K. Determinar la temperatura que alcanza el centro de la varilla, si su temperatura inicial era 20 °C.

RESPUESTA: 320 °C

EJERCICIO 14

Para realizar pruebas de transferencia de calor, se emplea una esfera de 3 plg de diámetro hecha de un material no metálico (k = 4 W/m·K), equipada con un sensor de temperatura en su centro, y un baño de aceite con agitación, ajustado para mantener una temperatura constante de 200 °C.

(**A**) En el primer experimento, la esfera (inicialmente a una temperatura uniforme de 20 °C) se sumerge en el aceite caliente. El aceite se está agitando vigorosamente, lo que hace que el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el líquido y la esfera sea muy alto. Después de 5 minutos en el aceite, el sensor marca una temperatura de 189 °C. ¿Cuál es la difusividad térmica del material de la esfera?

(**B**) En el segundo experimento, se desea medir el coeficiente de transferencia de calor por convección natural, por lo que se apaga el agitador del baño de aceite. La temperatura inicial de la esfera es 20 °C. Después de 90 segundos en el aceite, el sensor de la esfera registra 29 °C. ¿Cuál es el valor del coeficiente de transferencia de calor en este caso?

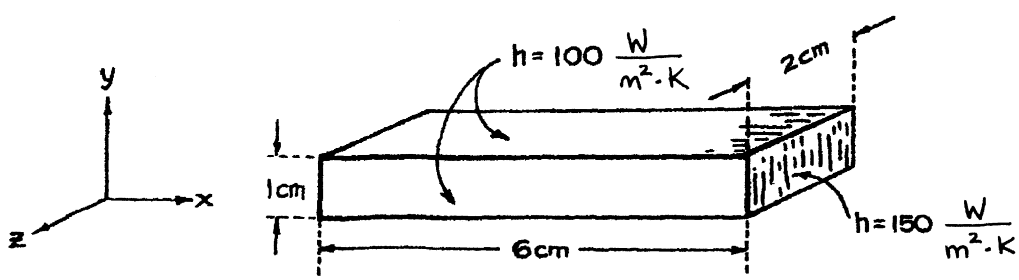
RESPUESTA: 1.72×10^{-6} m²/s, 94.5 W/m²·K

EJERCICIO 15

Adapted from Levenspiel, "Engineering Flow and Heat Exchange", Plenum Press.

A cod fillet, about 6 × 1 × 2 cm, is taken from a cooler at 0 °C and slipped into hot oil at 180 °C.

(**A**) What is the centerpoint temperature of the fillet after 5 minutes?
(**B**) How much heat has been taken up by the fillet during this time?



For cod:
k = 0.5 W/m·K
α = 1.7 × 10^{-7} m²/s
ρ = 1050 kg/m³

For the fillet in the deep-fat fryer:
h = 150 W/m²·K for the two small faces
h = 100 W/m²·K for the four long faces

ANSWER: (A) 149.85 °C, (B) 5792.41 J

EJERCICIO 16 – OPCIONAL

Es mucho más sencillo fabricar cubos que fabricar esferas. Un estudiante está interesado en medir el coeficiente de transferencia de calor de un cubo sumergido en un fluido. Para este efecto, fabrica un cubo de bronce de 5 cm de lado con un termopar instalado en el centro, y lo deja en hielo toda la noche para que alcance una temperatura uniforme de 0 °C. Al día siguiente, lo sumerge en un baño de agua hirviente a 100 °C. De acuerdo a la lectura registrada por el termopar, el centro del cubo alcanza 99.9 °C en 4 minutos con 7 segundos. Asumiendo que la transferencia de calor ocurre de manera idéntica en las tres direcciones del cubo, ¿cuál es el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección? El bronce empleado tiene una densidad de 8.8 g/cm³, un calor específico de 0.1 cal/g·°C y una conductividad térmica de 52 W/m·K.

RESPUESTA: 1040 W/m²·K

EJERCICIO 17

Se disipa calor de una placa por medio de una serie de aletas rectas. Todas las aletas son idénticas, están hechas de cobre (k = 400 W/m·K) y tienen una longitud de 25 mm y una sección transversal cuadrada (constante) de 5 mm de lado. El coeficiente de transferencia de calor por convección es 347 W/m²·K (también constante). La temperatura de la placa es 80 °C y la temperatura del aire circundante es 25 °C. Considerando una sola de las aletas, calcular el número de Biot para la aleta y la rapidez de transferencia de calor (en watts).

RESPUESTA: Bi = 0.434, Q = 8.43 W

EJERCICIO 18

Se desea utilizar aletas circulares de espesor uniforme para promover la transferencia de calor desde un tubo de 1 plg de diámetro. Las aletas deben tener 2 plg de diámetro y estarán fabricadas de acero inoxidable (15.1 W/m·K). La temperatura del tubo y del aire circundante son 90 °C y 20 °C, respectivamente. El coeficiente de transferencia de calor por convección es 80 W/m²·K. Determinar qué espesor (en milímetros) deben tener las aletas, si cada una debe disipar calor con una rapidez de 11 W.

RESPUESTA: 1.2 mm

EJERCICIO 19 – OPCIONAL

Se desea utilizar aletas de enfriamiento circulares de espesor constante para disipar calor de un tubo de 2 plg de diámetro externo cuya superficie se encuentra a 125 °C. Las aletas están hechas de bronce (k = 109 W/m·K), tienen un diámetro externo de 3.5 plg y un espesor de 1/16 plg. El aire circundante se encuentra a 20 °C. Asumir h = 560 W/m²·K constante. Determinar cuántas aletas de enfriamiento se requieren para disipar 20 kW de calor por cada metro de longitud del tubo.

RESPUESTA: Se requieren 79 aletas por cada metro de longitud del tubo

EJERCICIO 20 – OPCIONAL

La pared de una mufla mide 30×20 cm y está formada, de adentro hacia fuera, por una capa de 3.5 cm de ladrillo refractario de caolín (k = 0.26 W/m·K), 4 cm de fibra de vidrio (k = 0.081 W/m·K) y una lámina de 2.5 mm de espesor de aluminio (k = 273 W/m·K). Determinar la resistencia térmica total y el flujo de calor a través de la pared cuando la mufla opera a 800 °C y la superficie externa de la lámina de aluminio se encuentra a 25 °C. Las resistencias por convección se pueden asumir despreciables.

RESPUESTA: 74 W

EJERCICIO 21 – OPCIONAL

Se tiene un fluido circulando por el interior de un tubo, y otro fluido diferente circulando por el exterior. El coeficiente de transferencia de calor por convección en el interior del tubo es h_i = 1035 W/m²·K, y el coeficiente de transferencia de calor por convección en el exterior del tubo es h_e = 1209 W/m²·K. El tubo está hecho de bronce (k = 52 W/m·K) y sus dimensiones son D_e = 1 plg, D_i = 0.782 plg y L = 6 ft. Calcúlese la resistencia térmica total, el coeficiente global de transferencia de calor basado en el área externa, y el coeficiente global de transferencia de calor basado en el área interna.

RESPUESTA: R_T = 0.014546 K/W, U_e = 471.1 W/m²·K, U_i = 602.4 W/m²·K

EJERCICIO 22 – OPCIONAL

Se va a suministrar vapor a 130 °C a un equipo, empleando una tubería de 2 m de longitud y ½ plg de diámetro externo. ¿Con qué rapidez perderá calor la tubería si no se aisla? ¿Cuál es el radio crítico de aislamiento si se va a emplear un aislante con conductividad térmica de 0.065 W/m·K? ¿Cuánto calor perderá la tubería si el espesor del aislamiento es 5 mm? En todos los casos, despreciar la resistencia por conducción en la pared de la tubería, y usar un coeficiente de transferencia de calor por convección de 5 W/m²·K y temperatura ambiente de 25 °C.

RESPUESTA: 41.9 W, 13 mm, 49.8 W

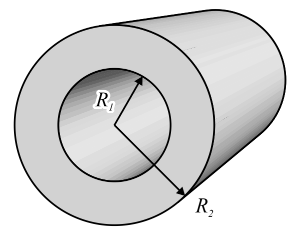
EJERCICIO 23

Un tubo de longitud total $2L$ lleno de un gel permeable conecta dos recipientes idénticos llenos de una solución de un reactivo A, con concentración C_0. El reactivo entra por difusión al gel, donde ocurre una reacción química A $\longrightarrow$ B con una cinética de primer orden $-r_A = kC_A$. Ubicando el origen del sistema de coordenadas en el centro del tubo, determinar el perfil de concentración de A en función de la posición en el gel.

RESPUESTA: $C_A = C_0 \dfrac{\cosh\left(x\sqrt{k / \mathscr{D}_{AB}}\right)}{\cosh\left(L\sqrt{k / \mathscr{D}_{AB}}\right)}$

EJERCICIO 24 – OPCIONAL

Se emplea una tubo de membrana permeable (radio interno R_1 y radio externo R_2) para remover el dióxido de carbono de una corriente de aire cuya presión parcial de CO_2 es P_{A0}, que se puede asumir constante. El CO_2 se difunde radialmente a través de la pared del tubo desde el interior hacia el exterior, donde existe aire esencialmente libre de CO_2. El aire del exterior se difunde en dirección opuesta al CO_2, de tal forma que en todo el sistema se mantiene la misma presión total de 1 atm. Determinar (**A**) el perfil de presión parcial de CO_2 en la pared del tubo, y (**B**) la densidad de flujo molar del CO_2 ($n_{A,r}$).



RESPUESTA: $P_A = P_{A0} \dfrac{\ln(r / R_2)}{\ln(R_1 / R_2)}$, $n_A = \dfrac{\mathscr{D}_{AB} P_{A0}}{rRT \ln(R_2 / R_1)}$

EJERCICIO 25

Adaptado de Incropera (2006)

Usted ha experimentado el enfriamiento por convección si alguna vez sacó la mano por la ventana de un vehículo en movimiento o si la sumergió en una corriente de agua. Si la superficie de la mano se asume a una temperatura constante de 30 °C, estimar la rapidez con que se pierde calor por convección para (**A**) una velocidad del vehículo de 35 km/h en aire a −5 °C, y (**B**) una velocidad de 20 cm/s en una corriente de agua a 10 °C. ¿En cuál condición se sentirá más frío?

RESPUESTA: (A) 1345.7 W/m² (B) 21575 W/m²

EJERCICIO 26 – OPCIONAL

Se desea estimar la rapidez con la que pierde calor un foco incandescente hacia el aire circundante. El foco se puede aproximar como una esfera de 50 mm de diámetro con una temperatura superficial de 125 °C, y el aire lejos del foco se encuentra a 27 °C. Calcular qué porcentaje de la energía consumida por el foco se pierde como calor por convección en los siguientes casos:

(**A**) Si el aire alrededor del foco se mueve a una velocidad de 0.5 m/s.
(**B**) Si el aire alrededor del foco se encuentra en reposo.

RESPUESTA: 26.9%, 16.6 %

EJERCICIO 27

(vaca esférica)

RESPUESTA: (A) 238.2 W, (B) 441.1 W

ASUMIR QUE LA VACA ES UNA ESFERA

Primero, algunos antecedentes…

Un granjero está preocupado porque sus vacas no están produciendo suficiente leche, y decide consultar algunos expertos para tratar de solucionar el problema. Pone un anuncio en el periódico solicitando ayuda profesional para su dilema y espera a que lleguen los especialistas…

El primero en llegar es un psicólogo. Él le dice al granjero que las vacas están estresadas. Opina que tienen recuerdos traumáticos de su infancia y que seguramente les hizo falta una figura paterna cuando eran terneras. Le recomienda al granjero hablar con ellas todas las tardes y ponerles música instrumental para que se relajen.

Luego viene un ingeniero industrial. Realiza un estudio de tiempos y movimientos mientras ordeñan cada vaca, y elabora un procedimiento interno para la ordeña. Con esto estima que la eficiencia de la producción aumentará en 17%, aunque recomienda instalar de ordeñadoras automáticas para realizar la extracción de leche de manera rápida y consistente. Si el granjero sigue sus recomendaciones, posiblemente hasta se pueda certificar bajo la norma ISO 9001.

También va un decorador de interiores. Éste opina que el granero es muy monótono y pasado de moda. No sigue los principios básicos del Feng-Shui. Sugiere pintar el granero de tonos verdes y cafés, para recrear la sensación del ambiente natural en el que las vacas habrían vivido. También recomienda colocar plantas de interior y fotografías de llanuras y pastizales, que armonicen con el estilo general de la habitación.

Después llega un ingeniero civil. Toma las medidas del granero y divide el área total entre el número de vacas, descontando los pasillos para tránsito, y determina que las vacas están muy apretadas. Se necesita un granero más grande, donde a cada vaca se le puedan asignar por lo menos 3.47 m² de espacio.

Finalmente llega el científico. Después de meditar un poco sobre el problema, comienza a hacer cálculos y anotaciones en un pizarrón. El granjero, aunque no entiende nada de lo que está garabateado, se siente esperanzado porque ve que el científico es muy metódico en su desarrollo matemático. Después de varias horas de intensos cálculos, el científico anuncia triunfalmente que ha resuelto el problema, y empieza a explicarlo: **"Comenzamos asumiendo que la vaca es una esfera…"**

Cierto, estoy de acuerdo… no es un muy buen chiste. Pero resalta la sobre-simplificación que ocasionalmente se hace en ciencia e ingeniería. Aunque muchas veces esta simplificación permite llegar a una respuesta (y algo es mejor que nada) se debe tener cuidado de no llevarla al extremo, porque entonces puede ser que el modelo no tenga casi relación con el fenómeno real que se quiere estudiar.

Ahora sí, el ejercicio…

Una vaca se queda fuera del establo en una fría noche invernal. La vaca está tan asustada que se queda inmóvil. El granjero ya está listo para irse a dormir cuando se da cuenta de que la vaca no está en el granero, pero no quiere tener que salir por ella. Como el granjero sabe que la vaca puede sobrevivir durante la noche si pierde calor con una rapidez menor a 350 watts, decide hacer primero algunos cálculos para decidir si debe salir a buscarla.

La temperatura ambiente es 4 °C (que sería una temperatura típica de un refrigerador de carnicería) y no sopla viento. La piel de la vaca tiene una temperatura superficial de 28 °C. Estimar la rapidez con la que la vaca pierde calor (en watts) si se asume que la vaca es:

(**A**) una esfera de 1.1 m de diámetro.

(**B**) un cilindro horizontal de 80 cm de diámetro y 1.4 m de longitud (usar el área total del cilindro, asumiendo que el coeficiente de transferencia de calor calculado para la superficie lateral también se puede usar para los extremos del cilindro).

¿Es una buena suposición (principalmente para la vaca) asumir que es una esfera?

EJERCICIO 28

Se desea realizar una reacción química en fase acuosa que requiere de la presencia de oxígeno. Para mantener una alta concentración de oxígeno disuelto, se propone burbujear oxígeno puro en el tanque. Las burbujas, producidas en el fondo del tanque, tienen un diámetro promedio de 3 mm. El líquido se mantiene sin agitación, de tal forma que las burbujas ascienden sólo por flotación. El sistema está a 25 °C y 1 atm (constantes) y el medio de reacción se puede asumir con las mismas propiedades que el agua pura. Estimar el valor del coeficiente de transferencia de masa.

DATO ADICIONAL: $\mathscr{D}_{O_2\text{-}H_2O} = 2.4\times10^{-5}$ cm²/s.

RESPUESTA: 1.23×10^{-4} m/s