Programación y Métodos Numéricos

Ejercicios Enero – Junio 2019

EJERCICIO 1

Escribir un programa en Scilab que calcule el área lateral y el área total de un cilindro. El programa debe pedir como datos el radio y la longitud del cilindro. Para la corrida de prueba, usar como datos 2.7 cm de radio y 12.4 cm de longitud.

RESULTADO: A_L = 210.36 cm², A_T = 256.17 cm².

EJERCICIO 2

Escribir un programa en Scilab que calcule el radio de una esfera a partir de su volumen (proporcionado por el usuario). Como valor para la corrida de prueba, emplear 435 cm³.

RESULTADO: 4.7 cm.

EJERCICIO 3

La ecuación de estado más sencilla que existe es la ecuación de gas ideal $PV = nRT$, donde P es la presión del gas, V es el volumen, n es el número de moles, R es la constante universal de los gases (8.314 Pa·m³/mol·K) y T es la temperatura absoluta. Escribir un programa en Scilab que calcule el número de moles de un gas empleando la ecuación de gas ideal. Para la corrida de prueba, tomar P = 0.8 atm, V = 2 m³ y T = 25 °C.

RESPUESTA: 65.4 mol

EJERCICIO 4 – OPCIONAL

En Termodinámica, se estudia la ecuación de estado de Van der Waals:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

en donde P es la presión (atm), v es el volumen específico (L/mol), T es la temperatura absoluta (K), R es la constante universal de los gases (0.082057 atm·L/mol·K), y los parámetros a y b se pueden estimar a partir de los datos del punto crítico empleando las fórmulas:

$$a = \frac{27R^2{T_c}^2}{64P_c} \qquad b = \frac{RT_c}{8P_c}$$

donde T_c es la temperatura crítica (K) y P_c es la presión crítica (atm).

Escribir un programa en Scilab que calcule la presión empleando la ecuación de estado de Van der Waals. El programa debe solicitar al usuario como datos la temperatura, el volumen específico, la temperatura crítica y la presión crítica (en las unidades indicadas anteriormente). El programa no debe pedir el valor de la constante de los gases: éste debe ser incorporado directamente en el programa.

Emplear los siguientes valores para la corrida de prueba: T = 298 K, v = 0.6 L/mol, T_c = 304.12 K, P_c = 72.78 atm.

RESULTADO: 33.86 atm.

EJERCICIO 5

El pH (potencial de hidrógeno) es una manera conveniente de expresar el grado de acidez o alcalinidad de una solución, y está definido como: $\mathrm{pH} = -\log_{10}\left[\mathrm{H}^{+}\right]$, donde la concentración de iones hidrógeno está expresada en mol/L.

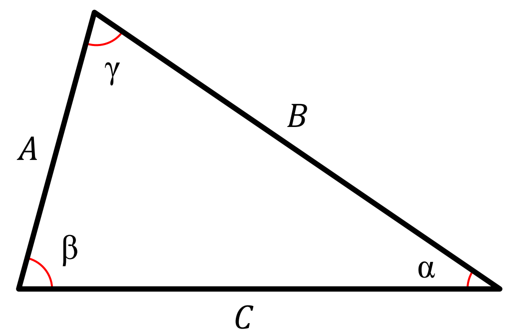
(**A**) Escribir un programa en Scilab que calcule el pH, cuando se le proporcione como dato la concentración de iones hidrógeno. Para las corridas de prueba, emplear 5×10^{-4}, 1×10^{-7} y 2.5×10^{-9} mol/L.

(**B**, opcional) Escribir un programa en Scilab que calcule la concentración de iones hidrógeno a partir del valor de pH. Para las corridas de prueba, emplear pH 5.1 y 10.5.

RESULTADO: (A) 3.3, 7, 8.6; (B) 7.94×10^{-6}, 3.16×10^{-11} mol/L

EJERCICIO 6

Desarrollar un programa en Scilab para uno de los casos de resolución de triángulos: **cuando se conoce la longitud de dos lados A y B, así como el ángulo γ entre ellos.**



El tercer lado se puede encontrar aplicando la ley del coseno:

$$C = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\gamma}$$

Después, uno de los ángulos se obtiene también de la ley del coseno:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{B^2 + C^2 - A^2}{2BC}\right)$$

Finalmente, el tercer ángulo se obtiene por diferencia, puesto que $\alpha + \beta + \gamma = 180°$. Para la corrida de prueba, emplear los valores A = 3.20, B = 9.55 y γ = 85°.

RESULTADOS: C = 9.80, α = 18.98°, β = 76.02°.

EJERCICIO 7

Escribir un programa en Scilab que convierta una temperatura dada de °C a K. El programa debe calcular la temperatura y mostrar el resultado sólo si la temperatura es mayor o igual a −273.15 °C, en caso contrario debe mostrar una advertencia al usuario. Para las corridas de prueba, usar 100 °C, −76 °C, y −300 °C.

EJERCICIO 8

Escribir un programa en Scilab que genere un número entero aleatorio entre 1 y 5. El programa debe luego pedir al usuario que adivine el número, y mostrar una respuesta apropiada dependiendo de si el usuario adivinó o no. Como corridas de prueba, incluir una en la que sí se haya adivinado y una en la que no.

EJERCICIO 9

Emplear un ciclo `for` para obtener la suma de los cubos de los primeros n números naturales (enteros positivos). Como corrida de prueba, tomar $n = 21$.

RESULTADO: 53361.

EJERCICIO 10

El factorial de un número entero es el producto de todos los enteros positivos desde 1 hasta ese número. Escribir un programa en Scilab que calcule $n!$ empleando un ciclo `for`, de acuerdo al valor de n indicado por el usuario. Probar el programa con $n = 3$, $n = 9$ y $n = 13$.

RESULTADOS: 6, 362880, 6.227×10^{9}.

EJERCICIO 11

Adaptado de Gilat (2006), "Matlab: una introducción con ejemplos prácticos", Editorial Reverté.

El número π es una constante matemática irracional con un número infinito de dígitos, que no puede obtenerse como la división de dos números naturales. Sin embargo, puede estimarse a partir de la serie de Leibniz:

$$4\sum_{n=0}^{N}\frac{(-1)^n}{2n+1}$$

que converge al valor de π cuando N es un número muy grande. Escribir un programa en Scilab que emplee un ciclo **for** para calcular el valor de la sumatoria de acuerdo al valor de N dado por el usuario. Usar el programa para estimar π para cada uno de los valores indicados de N y registrar los resultados en la tabla siguiente:

$N =$	5	10	100	1000	1000000
resultado					

EJERCICIO 12 – OPCIONAL

La matriz de Hilbert H es una matriz cuadrada de $n \times n$ cuyos elementos están dados por:

$$H_{ij} = \frac{1}{i+j-1}$$

donde i es el número de renglón y j es el número de columna. Escribir un programa en Scilab que use ciclos **for** anidados (un ciclo dentro de otro ciclo) para generar la matriz de Hilbert de acuerdo al valor de n proporcionado por el usuario. Como corrida de prueba, generar la matriz de Hilbert para $n = 4$.

RESULTADO: $H = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \end{bmatrix}$

EJERCICIO 13

El **dodecahedro regular** es un sólido geométrico formado por 12 pentágonos regulares idénticos. Es uno de los cinco sólidos pitagóricos, los otros siendo el tetrahedro (formado por 4 triángulos), el cubo (6 cuadrados), el octahedro (8 triángulos) y el icosahedro (20 triángulos). Estos sólidos han sido estudiados ampliamente desde los tiempos de los antiguos griegos. Platón afirmaba que los cuatro elementos (tierra, agua, fuego y aire) estaban formados por cuatro de estos sólidos. El dodecahedro fue un caso especial: trataron de mantenerlo en secreto porque creían que era el constituyente del éter (el quinto elemento) del cual estaban formados los cielos.

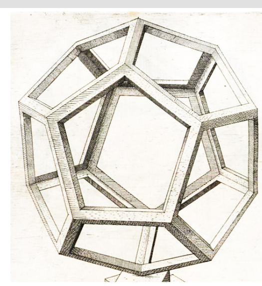


Imagen de *Perspectiva Corporum Regularium* (1568)

Si R es el radio de una esfera, el volumen del dodecahedro inscrito (es decir, que sólo toca a la esfera con sus vértices) está dado por:

$$V = \frac{\left(15+7\sqrt{5}\right)L^3}{4}$$

donde el lado de los pentágonos está dado por

$$L = \frac{4R}{\left(1+\sqrt{5}\right)\sqrt{3}}$$

Escribir una función en Scilab que calcule el volumen de un dodecahedro usando como dato el radio de la esfera en la que está inscrito, y usarla en un programa para calcular el volumen del dodecahedro inscrito en una esfera de 15 cm de diámetro.

RESULTADO: 1174.99 cm³

EJERCICIO 14

Escribir un programa en Scilab que defina una función para calcular el volumen de un cascarón esférico de radio interno R_1 y radio externo R_2. Como corrida de prueba, determinar el volumen de un cascarón esférico de 7 cm de diámetro externo y 4 cm de diámetro interno.

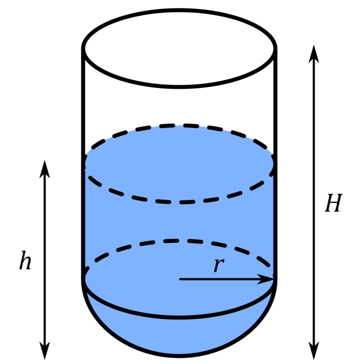
SUGERENCIA: Definir primero una función para el volumen de una esfera y usarla en la función para el volumen del cascarón esférico.

RESULTADO: 146.08 cm³

EJERCICIO 15

Se tiene un tanque vertical de altura total H, de forma cilíndrica con fondo hemisférico, que se llena parcialmente con un líquido. El volumen de líquido en el tanque se puede calcular mediante la siguiente función definida por partes:

$$V = \begin{cases} \frac{1}{3}\pi h^2 (3r - h) & \text{si } h < r \\ \frac{2}{3}\pi r^3 + \pi r^2 (h - r) & \text{si } h \geq r \end{cases}$$



donde r es el radio del tanque en metros, h es el nivel (o altura) del líquido medido desde el fondo del tanque, también en metros, y V es el volumen de líquido en metros cúbicos.

Escribir un programa para calcular el volumen de líquido en un tanque de 0.9 m de diámetro y 1.8 m de altura total (estos dos datos pueden incorporarse en el código del programa). **El volumen debe calcularse en una función.** El programa debe pedir el nivel del líquido en metros, y responder con un mensaje de error si se le da un nivel negativo o mayor que la altura total. El volumen debe reportarse en litros. Usar para las corridas de prueba los siguientes valores de h: (A) 0.3 m, (B) 1.5 m, (C) 2.1 m y (D) −1 m.

RESPUESTA: (A) 98.96 L, (B) 858.83 L

EJERCICIO 16 – OPCIONAL

(**A**) En tres dimensiones, la distancia entre un punto P de coordenadas (P_x, P_y, P_z) y un punto Q de coordenadas (Q_x, Q_y, Q_z) está dada por:

$$d = \sqrt{(P_x - Q_x)^2 + (P_y - Q_y)^2 + (P_z - Q_z)^2}$$

Escribir una función en Scilab que calcule la distancia entre dos puntos, a partir de dos vectores P y Q que contengan las coordenadas de los puntos. Es decir, el encabezado de la función debe ser:

```
function d=distancia(P,Q)
```

(**B**) El área de un triángulo se puede calcular a partir de las longitudes de los lados a, b y c mediante la fórmula:

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \qquad \text{donde } s = \frac{a+b+c}{2} \text{ es el semiperímetro}$$

A su vez, la longitud de cada lado del triángulo es la distancia que hay entre los vértices del triángulo, V_1, V_2 y V_3.

Escribir un programa en Scilab que calcule el área de un triángulo, dadas las coordenadas tridimensionales de sus vértices. Las distancias entre los vértices deben calcularse usando la función definida en el inciso (A). Para la corrida de prueba, usar los puntos $(1.5, 4, 3.5)$, $(6.5, 9.5, 5)$ y $(8, 1.5, 0.5)$.

RESULTADO: 27.853.

EJERCICIO 17

Empleando Scilab, generar la gráfica de la función $y = 5x^4 - 10x^3 + 6.75x^2 - 1.7x + 0.112$, para $0 \le x \le 1$.

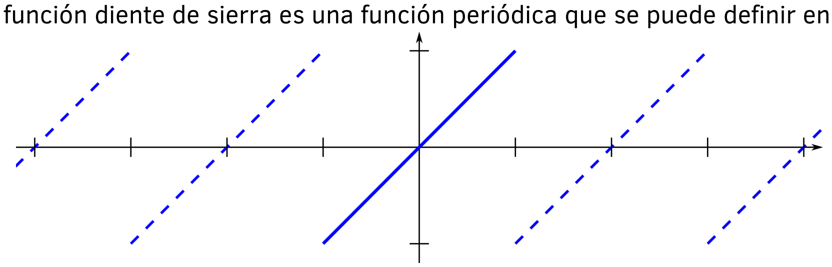
SUGERENCIA: Definir **x** usando **`linspace`** y calcular **y** empleando operaciones elemento por elemento.

EJERCICIO 18 – OPCIONAL

Generar en Scilab la gráfica de $y = x\left(x^2 - 1\right)^2$ en el intervalo $\left[-1.4, 1.4\right]$.

EJERCICIO 19

La función diente de sierra es una función periódica que se puede definir en el intervalo $\left[-1,1\right]$ como:



$f(x) = x$ para $-1 \le x \le 1$

periódica con periodo $p = 2$

Para esta función, la N-ésima suma parcial de su serie de Fourier es la serie finita:

$$S_N = \frac{-2}{\pi} \sum_{n=1}^{N} \frac{(-1)^n \operatorname{sen}(n\pi x)}{n}$$

Escribir un programa en Scilab que genere la gráfica de esta suma parcial dado el valor de N. Usarlo para generar las gráficas correspondientes a los siguientes valores de N: 1, 3, 9 y 21. Para el eje horizontal de la gráfica, abarcar el intervalo $\left[-3,3\right]$ con al menos 500 puntos.

OPCIONAL Ⓔ: Deducir la serie de Fourier de la función diente de sierra usada en este ejercicio.

EJERCICIO 20

La serie de Taylor para e^x, evaluada alrededor del origen, es:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots \qquad \text{o bien} \qquad e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Escribir un programa en Scilab para calcular el valor de la serie para $x = 1.55$ empleando el número de términos de la serie indicados a continuación, y calcular el error verdadero y el error relativo porcentual, tomando en cuenta que el valor verdadero de $e^{1.55}$ es 4.7114701826.

Como evidencia, entregar el programa, la corrida de prueba para un solo valor, y la tabla completada. En sus comentarios, **indicar claramente a qué conclusión se puede llegar respecto a los errores cuando se toman más términos en la serie.**

términos	**valor calculado**	**error verdadero**	**error relativo porcentual**
1	1	3.7114702	78.775%
2	2.55	2.1614702	45.876%
3			

4			
5			
6			
7			
8			
9			

EJERCICIO 21

Considere la función:

$$f(x) = \frac{(x+1)-1}{x}$$

Se puede demostrar con facilidad que esta función debería tener el valor de 1 para cualquier valor de x. Sin embargo, debido al error de redondeo en la computadora, esto no siempre es cierto. Para cada valor de x de la tabla, calcular el valor de $f(x)$ empleando Scilab y calcular el error relativo porcentual para llenar la tabla. **¿A qué conclusión se llega respecto al error conforme x se vuelve un valor cada vez más pequeño?**

x	**valor calculado**	**error relativo porcentual**
10^{0}		
10^{-2}		
10^{-4}		
10^{-6}		
10^{-8}		
10^{-10}		
10^{-12}		
10^{-14}		
10^{-16}		
10^{-18}		

EJERCICIO 22

Adaptado de Chapra y Canale, "Métodos Numéricos para Ingenieros", McGraw-Hill.

La cantidad C de bacterias nocivas (en UFC/mL) en el agua de un lago disminuye de acuerdo a la ecuación $C = 80e^{-2t} + 20e^{-0.4t}$ donde el tiempo t está dado en días. Determinar el tiempo requerido para que la cantidad de bacterias disminuya a 10 UFC/mL, usando el método de bisección en el intervalo [0,10]. Reportar también el número de iteraciones necesarias para alcanzar una tolerancia en el error relativo aproximado de 1×10^{-5}.

OPCIONAL: Repetir empleando el método de la regla falsa.

RESPUESTA: 2.072 días.

EJERCICIO 23

Repetir el ejercicio anterior empleando el método de Newton-Raphson, tomando como valor inicial $x_0 = 1$.

EJERCICIO 24 – OPCIONAL

Empleando Excel, resolver la ecuación $x\cos(2x) + 0.1 = 0$ mediante iteración de punto fijo, tomando como valor inicial $x_0 = 0$.

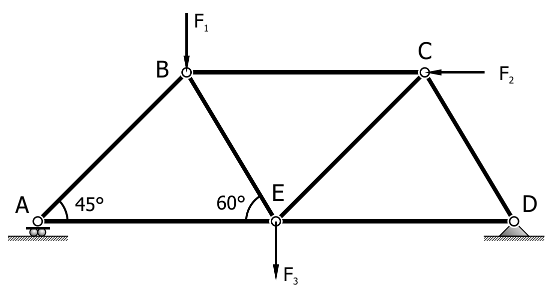
RESULTADO: 0.844727948

EJERCICIO 25 – OPCIONAL

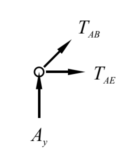
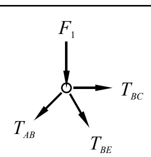
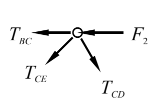
Se desea emplear la iteración de punto fijo para encontrar la raíz de la ecuación $0.4 + 2.1x - x^{3.3} = 0$. Sin embargo, hay más de una manera de reacomodar la ecuación en la forma $x = g(x)$ requerida para el método. Para cada uno de los dos casos siguientes, realizar "a mano y calculadora" cinco iteraciones del método, tomando como valor inicial $x_0 = 2$: (**A**) despejando x del término lineal, y (**B**) despejando x del término no lineal. Para sus cálculos, usar todos los decimales que muestre la calculadora.

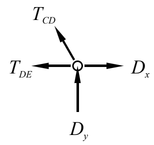
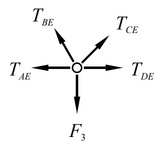
EJERCICIO 26

Para la armadura mostrada en la figura, el análisis por el método de los nodos implica realizar sumas de fuerzas en x y en y para cada uno de los nodos, a fin de encontrar las ecuaciones que relacionan las tensiones en los miembros y las reacciones en los apoyos, como se muestra a continuación:



$F_1 = 300$ N
$F_2 = 500$ N
$F_3 = 100$ N

Nodo A		$\sum F_{x@A} = 0$	→	$T_{AB}\cos 45° + T_{AE} = 0$
		$\sum F_{y@A} = 0$	→	$T_{AB}\,\mathrm{sen}\,45° + A_y = 0$
Nodo B		$\sum F_{x@B} = 0$	→	$-T_{AB}\cos 45° + T_{BC} + T_{BE}\cos 60° = 0$
		$\sum F_{y@B} = 0$	→	$-T_{AB}\,\mathrm{sen}\,45° - T_{BE}\,\mathrm{sen}\,60° - F_1 = 0$
Nodo C		$\sum F_{x@C} = 0$	→	$-T_{BC} + T_{CD}\cos 60° - T_{CE}\cos 45° - F_2 = 0$
		$\sum F_{y@C} = 0$	→	$-T_{CD}\,\mathrm{sen}\,60° - T_{CE}\,\mathrm{sen}\,45° = 0$

Nodo D		$\sum F_{x@D} = 0$	$\rightarrow$	$-T_{CD}\cos 60° - T_{DE} + D_x = 0$
		$\sum F_{y@D} = 0$	$\rightarrow$	$T_{CD}\,\mathrm{sen}\,60° + D_y = 0$
Nodo E		$\sum F_{x@E} = 0$	$\rightarrow$	$-T_{AE} - T_{BE}\cos 60° + T_{CE}\cos 45° + T_{DE} = 0$
		$\sum F_{y@E} = 0$	$\rightarrow$	$T_{BE}\,\mathrm{sen}\,60° + T_{CE}\,\mathrm{sen}\,45° - F_3 = 0$

Esto da origen al siguiente sistema de 10 ecuaciones lineales con 10 incógnitas, expresado de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \cos 45° & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{sen}\,45° & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\cos 45° & 0 & 1 & \cos 60° & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mathrm{sen}\,45° & 0 & 0 & -\mathrm{sen}\,60° & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \cos 60° & -\cos 45° & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\mathrm{sen}\,60° & -\mathrm{sen}\,45° & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos 60° & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{sen}\,60° & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -\cos 60° & 0 & \cos 45° & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{sen}\,60° & 0 & \mathrm{sen}\,45° & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{AB} \\ T_{AE} \\ T_{BC} \\ T_{BE} \\ T_{CD} \\ T_{CE} \\ T_{DE} \\ A_y \\ D_x \\ D_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \\ 500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Resolver el sistema de ecuaciones usando (**A**) el operador **** en Scilab, y (**B**, opcional) el método de la inversa en Excel.

RESULTADO: $T_{AB} = -584.6$ N, $T_{AE} = 413.4$ N, $T_{BC} = -478.9$ N, $T_{BE} = 130.9$ N, $T_{CD} = 15.47$ N, $T_{CE} = -18.95$ N, $T_{DE} = 492.3$ N, $A_y = 413.4$ N, $D_x = 500.0$ N, $D_y = -13.4$ N

EJERCICIO 27

Escribir un programa en Scilab para interpolación lineal simple. El programa debe pedir los valores de x_1, y_1, x_2, y_2 y x, y calcular el valor interpolado con la fórmula:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Para la corrida de prueba, determinar por interpolación lineal la entalpía del agua líquida saturada a 80 °C, con base en los siguientes datos:

T_{sat} (°C)	h_f (kJ/kg)
50	209.34
100	419.17

Datos de Çengel (2015).

RESULTADO: 335.238 kJ/kg

EJERCICIO 28

La tabla muestra la viscosidad de soluciones de sacarosa al 20%. Empleando interpolación polinomial de Lagrange, estimar el valor de la viscosidad a 25 °C.

Temperatura (°C)	Viscosidad (cP)
0	14.82
10	9.83
20	6.22
35	3.78

RESULTADO: 4.988 cP

EJERCICIO 29

Adaptado de Miller y Freund, "Probabilidad y Estadística para Ingenieros", 3ª edición, Prentice-Hall.

Una compañía utiliza un proceso de extracción para obtener un producto químico. Los datos experimentales de varias pruebas en el proceso se muestran en la tabla. Se desea estudiar cómo el tiempo de extracción influye en la eficiencia de la extracción. Escribir un programa en Scilab para regresión lineal simple, y probarlo con los datos de la tabla. El programa debe pedir el número de datos, usar ciclos para pedir los valores de x y y, y calcular m, b y R^2.

Tiempo t (min)	27	45	41	19	35	39	19	49	15	31
Eficiencia E (%)	57	64	80	46	62	72	52	77	57	68

OPCIONAL: Usar Excel para graficar los datos y obtener la regresión lineal mediante una línea de tendencia. No olvidar rotular los ejes adecuadamente. La gráfica debe mostrar la ecuación de regresión y el valor de R^2.

RESULTADO: m = 0.764, b = 39.052, R^2 = 0.68.

EJERCICIO 30

Dada la función $f(x) = xe^{-2x}\cos(3x)$, estimar la primera derivada $f'(x)$ para $x = 1$ con el tamaño de paso h indicado en la tabla, empleando (**A**) la aproximación hacia adelante de orden $\mathcal{O}(h)$, y (**B**) la aproximación hacia adelante de orden $\mathcal{O}(h^2)$. Calcular también el error relativo porcentual, considerando que el valor verdadero de $f'(1)$ es 0.07668537. **Comentar en qué caso se reduce el error más rápidamente y por qué.**

	aproximación de orden $\mathcal{O}(h)$		aproximación de orden $\mathcal{O}(h^2)$	
	valor calculado de f'	error relativo %	valor calculado de f'	error relativo %
h = 0.1				
h = 0.01				
h = 0.001				
h = 0.0001				

EJERCICIO 31

La tabla muestra el calor específico de soluciones acuosas de ácido clorhídrico al 20% en función de la temperatura. Escribir un programa en Scilab para realizar integración de datos desigualmente espaciados mediante la regla del trapecio, y emplearlo para calcular la entalpía de esta solución a 60 °C (la temperatura de referencia es 0 °C).

Temperatura (°C)	Calor específico (cal/g·°C)
0	0.580
10	0.575
20	0.591
40	0.615
60	0.638

(Perry, 7ª edición)

RESULTADO: 36.195 cal/g.

EJERCICIO 32

Resolver la ecuación diferencial $y' = y(1 - y)$ desde el punto inicial $t_0 = 0$, $y_0 = 0.1$ hasta el punto final $t_f = 7$, usando el método de Euler con tamaños de paso $h = 1$, 0.5, 0.25 y 0.1. Reportar en la tabla siguiente el valor final de y y el error relativo porcentual de ese resultado, sabiendo que el valor verdadero de y en $t = 7$ es 0.99186. Generar también la gráfica de la solución para cada valor de h.

Tamaño de paso	Valor final (y en $t = 7$)	Error relativo porcentual
$h = 1$		
$h = 0.5$		
$h = 0.25$		
$h = 0.1$		