PROGRAMACIÓN Y MODELADO EN INGENIERÍA BIOQUÍMICA

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica
Obtener una perspectiva de la importancia y aplicación de la programación y el modelado matemático en la ingeniería bioquímica.

Indicaciones
1. Mediante una investigación bibliográfica, preparar un ensayo presentando su perspectiva respecto al desarrollo histórico de las computadoras y su importancia en ingeniería.
2. Investigar al menos dos ejemplos de simulaciones por computadora relacionadas con la ingeniería bioquímica.
3. (OPCIONAL) Diseñar una encuesta y aplicarla a un mínimo de 25 compañeros de la carrera, para obtener al menos la siguiente información: qué lenguajes de programación han usado, y en qué clases los han aplicado.
4. (OPCIONAL) Entrevistar a algún profesor de la carrera, para obtener su opinión respecto al uso de la computadora como herramienta de simulación en ingeniería bioquímica.
5. Elaborar individualmente sus conclusiones acerca de la importancia de la programación y la simulación en la ingeniería bioquímica.

Sugerencias para el éxito de la actividad
- ★ El diseño de la encuesta y de la entrevista es libre; es una oportunidad para evidenciar su creatividad.
- ★ Los resultados de la encuesta deben presentarse en forma condensada, de preferencia mediante gráficas (no anexar todos los resultados individuales), y presentar también su análisis o comentarios al respecto.

Evidencias Entregables
La evidencia de esta actividad lleva esta hoja de instrucciones cumpliendo las funciones de portada. La extensión máxima recomendada es de 10 páginas, distribuidas aproximadamente de la siguiente forma: ensayo (4–5 páginas), ejemplos de simulación en ingeniería bioquímica (1 página), una de las encuestas respondidas como muestra (una página), los resultados de la encuesta (1–2 páginas), entrevista (1 página) y las conclusiones individuales de la actividad (1 página).

Una vez completada su evidencia, sólo integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos

BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica

Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 2 (10 puntos)

fecha límite: 25-MAR-2021

DETECTANDO ERRORES EN EL CÓDIGO

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Reforzar en el estudiante la capacidad de identificar errores en el código de un programa.

Indicaciones

Cada uno de los siguientes fragmentos de código Scilab tiene al menos un error. Señalar cuáles son esos errores y explicar en la columna de la derecha cuál es la razón por la que es un error.

NOTA: **No son programas completos**, son parte de algún programa y los errores están en estos fragmentos de código que se les están presentando; para esta actividad no sería un error otras instrucciones que "faltarían" pero que no se les incluyeron aquí.

	CÓDIGO	EXPLICACIÓN DE LOS ERRORES
1	`exec"(MiPrograma.sce)";`	
2	`lado=5;` `volumen=Lad0^3;`	
3	`perimetro=%PI*diametro`	
4	`m=imput("Valor de la masa (en kg) ");`	
5	`DISP(“Este programa calcula la velocidad”)`	

	CÓDIGO	EXPLICACIÓN DE LOS ERRORES
6	`energia potencial=masa*gravedad*altura;`	

7	`// El lado de un cubo se calcula como`
	`// la raíz cúbica de su volumen`
	`L=V^1/3`	

8	`// Presión con la ecuación de gas ideal` `P=nRT/V`	

9	`// Cálculo de la velocidad (en m/s)`
	`d=5m;`
	`t=8s;`
	`v=d/t;`	

10	`Juan Pérez`
	`Programación y Métodos Numéricos`
	`disp(Cálculo del tiempo de caída libre)`
	`input("¿Altura de caída en metros? ");`
	`g=9.81;`
	`t=Sqrt(2h/g);`
	`disp("El tiempo es "+string(t)+" s")`	

Evidencias Entregables

El reporte de esta actividad se elabora directamente en este documento. Una vez completada su evidencia, sólo integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos

BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica

Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 3 (10 puntos)

fecha límite: 13-ABR-2021

ALGORITMOS

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Familiarizarse con el concepto de algoritmo y la simbología usada en los diagramas de flujo de programación.

Indicaciones

1. Realizar una investigación bibliográfica acerca de qué es un algoritmo y qué es un pseudo-código. Incluir al menos un ejemplo de cada uno de estos dos conceptos.
2. Realizar una investigación bibliográfica de qué es un diagrama de flujo, y la simbología utilizada en los diagramas de flujo. Como mínimo, incluir los símbolos de inicio, fin, proceso, entrada de información y decisión.
3. Seleccionar un procedimiento que involucre varios pasos que deban ser realizados en orden (por ejemplo, una práctica de laboratorio o una receta de cocina) y representarlo en forma de algoritmo y como diagrama de flujo (debe ser **el mismo procedimiento para ambos**).
4. Ver el video titulado **"Exact Instructions Challenge - THIS is why my kids hate me"**, por Josh Darnit, (`https://www.youtube.com/watch?v=cDA3_5982h8&t=37s`) y discutir la importancia de dar indicaciones muy claras y específicas, tomando en cuenta que una computadora lleva a cabo **exactamente** las instrucciones que un programa le especifique.

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad lleva esta hoja de instrucciones cumpliendo las funciones de portada. La extensión máxima recomendada es de 10 páginas, distribuidas aproximadamente de la siguiente forma: investigación sobre algoritmos y pseudo-código (3 páginas), investigación sobre diagramas de flujo (3 páginas), ejemplo de procedimiento en forma de algoritmo y de diagrama de flujo (2 páginas), discusión del video "Exact Instructions Challenge" (1 página, y pueden recomendar videos similares), y las conclusiones individuales de la actividad (1 página).

Una vez completada su evidencia, sólo integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.

ACTIVIDAD 4 (8 puntos)

fecha límite: 30-ABR-2021

COMPARACIÓN DE LENGUAJES DE PROGRAMACIÓN

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Apreciar las diferencias y similitudes que hay entre varios lenguajes de programación.

Antecedentes

En clase se han visto algunos aspectos de programación en el lenguaje Scilab. Prácticamente todos los lenguajes de programación implementan estas características, pero frecuentemente de una forma diferente.

Indicaciones

1. Seleccionar al menos tres lenguajes de programación (distintos a Scilab). Ejemplos de lenguajes que pueden elegir son C, C++, Java, Visual Basic, Fortran, Python, etcétera.
2. Investigar los operadores para los lenguajes de programación elegidos en el paso 1. Elaborar una tabla en la que presenten los operadores que tengan la misma función, cada lenguaje en una columna, donde la primera columna debe ser los operadores de Scilab. Por ejemplo:

Operador	Scilab	VB	C++	Fortran
"y" lógico	**&**	**And**	**&&**	**`.AND.`**

   La tabla debe incluir, como mínimo, todos los operadores que se mencionaron en las diapositivas: **operadores aritméticos** (suma, resta, multiplicación, división, potencia), **operadores de comparación** (igual a, diferente de, menor que, mayor que, menor o igual que, mayor o igual que) y **operadores lógicos** ("y" lógico, "o" lógico, "no" logico).

3. De los lenguajes elegidos en el paso 1, seleccionar uno de esos lenguajes y buscar ejemplos de programas donde se usen las estructuras estudiadas en esta unidad: estructuras de decisión (que en Scilab serían **`if`** y **`select`**) y estructuras de repetición (que en Scilab serían **`for`** y **`while`**). Estos ejemplos no necesitan ser programas completos, bastan fragmentos que muestren la estructura en cuestión.

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad lleva esta página de instrucciones cumpliendo las funciones de portada. A continuación debe llevar la tabla de los operadores (aritméticos, de comparación y lógicos), seguida de los programas ejemplo de las estructuras de decisión y repetición en el lenguaje que seleccionaron (indicar claramene cuál lenguaje es). Finalmente incluir sus conclusiones individuales respecto a las similitudes y diferencias entre los lenguajes de programación investigados. Una vez completada la evidencia de la actividad, sólo integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS
QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos
BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica
Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 5 (14 puntos)
fecha límite: 11-MAY-2021

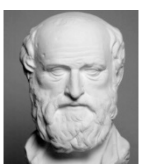
ERROR NUMÉRICO

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica
Demostrar los dos tipos de error numérico: error de truncamiento y error de redondeo.

Evidencias entregables
El reporte de esta actividad se elabora directamente en este documento, respondiendo las preguntas del cuestionario. Alternativamente, pueden plantear sus respuestas en hojas aparte, indicando claramente a qué sección corresponden. Anexar también, cuando sea el caso, los programas en Scilab y las corridas realizadas. Una vez completada la evidencia de la actividad, sólo integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.

Sección 1 – Error absoluto y error relativo (2 puntos)



Eratóstenes (276 a.C. – 194 a.C.) fue un astrónomo, geógrafo y matemático griego. Se le considera el primero en determinar la circunferencia de la Tierra, aprovechando la inclinación del eje terrestre y la geometría de las sombras proyectadas por columnas en dos lugares diferentes. Una explicación de esta medición fue presentada por Carl Sagan en su serie original **Cosmos**.

https://youtu.be/VW2Ot1dsTr4

Debido al uso de unidades de medida no estandarizadas en la época, hay ciertas dudas respecto al valor real que obtuvo Eratóstenes, pero una de las estimaciones es 39614 km. Para ese valor, si el valor verdadero de la circunferencia circumpolar de la Tierra es 40800 km, calcular el error absoluto y el error relativo (porcentual) de la medición efectuada por Eratóstenes.

CÁLCULOS Y RESULTADO PARA EL ERROR ABSOLUTO:

CÁLCULOS Y RESULTADO PARA EL ERROR RELATIVO:

Sección 2 – Error de truncamiento (4 puntos)

La serie de Taylor para e^x, evaluada alrededor del origen, es:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots \qquad \text{o bien} \qquad e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Esta serie infinita se puede truncar después de un cierto número de términos:

$$\begin{aligned} e^x &\approx 1 && \text{(truncada a un término)} \\ e^x &\approx 1 + x && \text{(truncada a dos términos)} \\ e^x &\approx 1 + x + \frac{x^2}{2!} && \text{(truncada a tres términos)} \\ &\vdots && \vdots \end{aligned}$$

Para cada uno de los renglones de la tabla, calcular el valor de la serie para $x = 0.47$ empleando el número de términos indicados (los dos primeros renglones ya vienen resueltos como ejemplo). Calcular también el error absoluto y el error relativo porcentual, tomando en cuenta que el valor verdadero de $e^{1.55}$ es 1.599994193.

Pueden hacerlo mediante Scilab (anexar su programa) o a mano y calculadora (anexar sus sustituciones y cálculos).

términos	**valor calculado**	**error absoluto**	**error relativo porcentual**
1	1	0.599994193	37.50%
2	1.47	0.129994193	8.12%
3			
4			
5			
6			
7			

¿Cómo se comporta el error cuando se toman más términos en la serie?

RESPUESTA:

Sección 3 – Error de redondeo (4 puntos)

Considerar la función:

$$f(x) = \frac{x+3}{3} - \frac{x}{3}$$

Se podría demostrar con facilidad que esta función debería dar exactamente 1 para cualquier valor de x. Sin embargo, debido al error de redondeo en la computadora, esto no siempre es cierto. Utilizar Scilab para calcular el valor de $f(x)$, tomando para x todos los números enteros entre 1 y 10 (utilizar **`format(25)`** en el programa para mostrar el mayor número posible de decimales).

x	**valor calculado de $f(x)$**
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

De los 10 valores considerados, ¿para cuántos se obtuvo el resultado incorrecto de $f(x)$? ¿Por qué sucede esto?

RESPUESTA:

Sección 4 – Conclusiones (4 puntos)

Individualmente, enunciar sus conclusiones respecto al desarrollo de esta actividad.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos

BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica

Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 6 (8 puntos)

fecha límite: 14-JUN-2021

REGRESIÓN POLINOMIAL

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Familiarizarse con la regresión polinomial, aplicando los conceptos de programación vistos a lo largo del curso, para entender cómo se puede realizar este tipo de regresión en un programa en Scilab.

Antecedentes

La regresión polinomial por mínimos cuadrados es una técnica para ajustar un polinomio de grado p del tipo:

$$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_p x^p \tag{1}$$

a un conjunto de n pares de datos (x, y). Este tipo de regresión, también llamada regresión curvilínea, es de hecho un caso especial de la regresión lineal múltiple, dado que los coeficientes b_0 a b_p aparecen como una combinación lineal (es decir, en una serie de términos elevados a la primera potencia).

Una de las maneras de encontrar los coeficientes que minimicen la suma de los errores al cuadrado (el criterio de mínimos cuadrados) es por medio de las llamadas “ecuaciones normales”, en las que se form una sistema de $p+1$ ecuaciones, donde las $p+1$ incógnitas son los coeficientes b_0 a b_p buscados:

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum {x_i}^2 & \cdots & \sum {x_i}^p \\ \sum x_i & \sum {x_i}^2 & \sum {x_i}^3 & \cdots & \sum {x_i}^{p+1} \\ \sum {x_i}^2 & \sum {x_i}^3 & \sum {x_i}^4 & \cdots & \sum {x_i}^{p+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum {x_i}^p & \sum {x_i}^{p+1} & \sum {x_i}^{p+2} & \cdots & \sum {x_i}^{2p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum {x_i}^2 y_i \\ \vdots \\ \sum {x_i}^p y_i \end{bmatrix} \tag{2}$$

Este sistema puede expresarse en forma matricial como $\mathbf{Ab} = \mathbf{c}$, y las sumatorias son desde $i = 1$ hasta n

Indicaciones

1. Realizar una investigación bibliográfica acerca de la regresión polinomial, especialmente sobre la deducción de las ecuaciones normales (ecuación 2 de la sección de antecedentes en este documento).
2. Utilizar el programa en Scilab mostrado en la siguiente página para resolver el ejercicio adjunto.
3. Responder el cuestionario adjunto.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos
BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica
Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 6 (8 puntos)
fecha límite: 14-JUN-2021

Programa para regresión polinomial en Scilab

(los números de línea son sólo de referencia)

```
// Regresión polinomial - ajusta un polinomio de grado p a
// un conjunto de n datos y grafica los datos y el polinomio
clear
disp("Regresión polinomial");

n=input("Número de datos? n=");
x=zeros(n,1);
y=zeros(x);
disp ("Introduzca los datos:");
for i=1:n
    x(i)=input("x"+string(i)+"=");
    y(i)=input("y"+string(i)+"=");
end
p=input("Grado del polinomio? p=");

a=zeros(1,2*p+1);
a(1)=n;
for i=1:2*p
    a(i+1)=sum(x.^i);
end

A=zeros(p+1,p+1);
for i=1:p+1
    A(i,:)=a(i:i+p);
end

c=zeros(p+1,1);
c(1)=sum(y);
for i=1:p
    c(i+1)=sum((x.^i).*y);
end

b=A\c;

for i=0:p
    disp("Coeficiente de x^"+string(i)+" = "+string(b(i+1)))
end

clf
title("Regresión polinomial de grado "+string(p))
xlabel("x")
ylabel("y")
plot(x,y,"bo")
xe=linspace(min(x),max(x),250);
ye=zeros(xe);
for i=0:p
    ye=ye+b(i+1)*xe.^i;
end
plot(xe,ye,"r-")
```

Ejercicio

Para los datos mostrados a continuación, aplicar regresión polinomial por mínimos cuadrados (**A**) de segundo grado y (**B**) de cuarto grado. Reportar los polinomios con los coeficientes redondeados a cinco cifras significativas. Graficar también los datos junto con el polinomio de regresión para ambos casos.

x	2.87	6.84	0.23	5.36	2.29	4.15	7.00	6.36	1.01	5.51
y	21.4	−7.64	5.64	16.2	17.0	24.6	−12.5	0.78	7.83	14.7

Datos adaptados de Carnahan (1969) "Applied Numerical Methods", John Wiley & Sons.

RESPUESTA: $y = -2.4429 + 15.892x - 2.4174x^2$

$y = 6.3383 - 4.3041x + 6.9914x^2 - 1.4981x^3 + 0.076257x^4$

Cuestionario

1. En las línea 8 del programa, ¿qué significa **`zeros(x)`**? (pista: comparar con la línea 7).
2. Las variables **a** y **c**, definidas en las líneas 16 y 27, respectivamente, ¿son vectores renglón o vectores columna?
3. En la línea 24, ¿qué significan los dos puntos en **`A(i,:)`**?
4. En la línea 30, ¿por qué hay un punto antes del asterisco, en la multiplicación por **y**?
5. ¿Qué hace la instrucción de la línea 33?
6. En las líneas 43 y 49, ¿qué significan **`"bo"`** y **`"r-"`**?

Evidencias Entregables

El reporte de esta actividad lleva este documento como portada, seguido de su investigación documental (máximo dos páginas), las corridas del ejercicio (no es necesario incluir el código, pues ya está en este documento) y la gráfica para ambos casos, las respuestas al cuestionario y sus conclusiones individuales. Una vez completada la evidencia de la actividad, sólo integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos

BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica

Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 7 (14 puntos)

fecha límite: 17-JUN-2021

APROXIMACIÓN NUMÉRICA DE LA DERIVADA

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Poner en práctica algunas aproximaciones numéricas de la derivada, para datos experimentales y para una función matemática.

Evidencias Entregables

El reporte de esta actividad lleva este documento como portada, seguido de las evidencias correspondientes de las secciones 1 y 2, y sus conclusiones individuales de la actividad. Anexar también, si es el caso, los programas en Scilab y las corridas realizadas. Una vez completada la evidencia de la actividad, sólo integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.

Sección 1 – Aproximaciones de la primera derivada a partir de datos experimentales.

El coeficiente de expansión térmica β (expresado en K^{-1}) es un parámetro importante en el análisis de la transferencia de calor por convección libre, y se puede definir como:

$$\beta = \frac{1}{v}\left(\frac{dv}{dT}\right) \qquad \text{(a presión constante)}$$

donde v es el volumen específico (m^3/kg) y la temperatura puede expresarse en °C o en K, ya que sólo aparece como diferencial. Se tienen los siguientes datos para el volumen específico del agua de mar, a varias temperaturas y 1 atm:

T (°C)	0	5	10	15	20	25	30
v (m^3/kg)	1000.158	1000.033	1000.298	1000.899	1001.796	1002.961	1004.369

Perry y Green (2003) "Manual del Ingeniero Químico". McGraw-Hill, 7ª edición.

Con base en estos datos, estimar (con cuatro cifras significativas) el valor de β para el agua de mar a 20 °C **por cálculo manual**, usando: (**A**) la fórmula de diferencia finita hacia adelante de primer orden, (**B**) la fórmula de diferencia finita hacia atrás de primer orden, (**C**) la fórmula de diferencia finita central de segundo orden, y (**D**) la fórmula de diferencia finita central de cuarto orden. En cada caso, calcular el error relativo porcentual, si el valor verdadero del coeficiente de expansión térmica del agua de mar a 20 °C y 1 atm es 2.072×10^{-4} K^{-1}.

Sección 2 – Aproximaciones de la primera derivada para una función matemática

Dada la función $f(x) = xe^{-2x}\cos(3x)$, estimar la primera derivada $f'(x)$ para $x = 1.2$ con el tamaño de paso h indicado en la tabla, empleando (**A**) la aproximación hacia adelante de primer orden, y (**B**) la aproximación hacia adelante de segundo orden. Calcular también el error relativo porcentual, considerando que el valor verdadero de $f'(1.2)$ es 0.2584133. **Comentar en qué caso se reduce el error más rápidamente y por qué.**

	aproximación de orden $\mathcal{O}(h)$		aproximación de orden $\mathcal{O}(h^2)$	
	valor calculado de f'	error relativo %	valor calculado de f'	error relativo %
h = 0.1	0.2752964	6.53%	0.2711698	4.94%
h = 0.01				
h = 0.001				
h = 0.0001				

Esta sección puede ser resuelta mediante un **programa en Scilab** o a **“mano y calculadora”**.

ERROR NUMÉRICO EN LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Reforzar el concepto de error de truncamiento, en relación a la solución numérica de una ecuación diferencial ordinaria.

Antecedentes

Una de las ecuaciones diferenciales ordinarias más simples es:

$$\frac{dy}{dt} = y \tag{1}$$

cuya solución general es $y = Ce^t$. Dada la condición inicial $y = y_0$ en $t = 0$, se obtiene como solución particular:

$$y = y_0 e^t \tag{2}$$

La ecuación (1) es de particular interés en métodos numéricos, porque permite realizar un análisis directo del error numérico cuando es resuelta aplicando diferentes algoritmos.

En general, una ecuación diferencial ordinaria de primer orden puede escribirse en la forma general:

$$y' = f(t, y) \tag{3}$$

de donde se puede ver que para la ecuación (1) $f(t, y) = y$.

Uno de los métodos más elementales para resolver numéricamente una ecuación diferencial de primer orden es el método de Euler:

$$y_n = y_{n-1} + hf(t_{n-1}, y_{n-1}) \tag{4}$$

donde h es el "tamaño de paso". En este tipo de métodos, la variable independiente t va aumentando, desde un valor inicial t_0 (generalmente cero), en incrementos iguales al tamaño de paso:

$$t_n = t_{n-1} + h \tag{5}$$

hasta un valor final t_f.

Sección 1 – Efecto del tamaño de paso en el error de truncamiento

Aplicar el método de Euler para resolver la ecuación diferencial $y' = y$, desde $t = 0$ hasta $t = 1$, con el valor inicial $y_0 = 1$, utilizando el valor de h indicado en cada tabla. En la última tabla, anotar el valor final de las cuatro tablas y calcular el error relativo respecto al valor verdadero de e^1, que es **2.718281828** (la tabla 1.3 viene resuelta como guía).

Tabla 1.1 Solución por el método de Euler para $h = 1$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$		$y_1 =$

Tabla 1.2 Solución por el método de Euler para $h = 0.5$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$		$y_1 =$
$n = 2$	$t_1 =$	$y_1 =$		$y_2 =$

Tabla 1.3 Solución por el método de Euler para $h = 0.25$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$	1	$y_1 = 1.25$
$n = 2$	$t_1 = 0.25$	$y_1 = 1.25$	1.25	$y_2 = 1.5625$
$n = 3$	$t_2 = 0.50$	$y_2 = 1.5625$	1.5625	$y_3 = 1.953125$
$n = 4$	$t_3 = 0.75$	$y_3 = 1.953125$	1.953125	$y_4 = 2.44140625$

Tabla 1.4 Solución por el método de Euler para $h = 0.125$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$		$y_1 =$
$n = 2$	$t_1 =$	$y_1 =$		$y_2 =$
$n = 3$	$t_2 =$	$y_2 =$		$y_3 =$
$n = 4$	$t_3 =$	$y_3 =$		$y_4 =$
$n = 5$	$t_4 =$	$y_4 =$		$y_5 =$
$n = 6$	$t_5 =$	$y_5 =$		$y_6 =$
$n = 7$	$t_6 =$	$y_6 =$		$y_7 =$
$n = 8$	$t_7 =$	$y_7 =$		$y_8 =$

Tabla 1.5 Solución por el método de Euler para $h = 0.0625$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$		$y_1 =$
$n = 2$	$t_1 =$	$y_1 =$		$y_2 =$
$n = 3$	$t_2 =$	$y_2 =$		$y_3 =$
$n = 4$	$t_3 =$	$y_3 =$		$y_4 =$
$n = 5$	$t_4 =$	$y_4 =$		$y_5 =$
$n = 6$	$t_5 =$	$y_5 =$		$y_6 =$
$n = 7$	$t_6 =$	$y_6 =$		$y_7 =$
$n = 8$	$t_7 =$	$y_7 =$		$y_8 =$
$n = 9$	$t_8 =$	$y_8 =$		$y_9 =$
$n = 10$	$t_9 =$	$y_9 =$		$y_{10} =$
$n = 11$	$t_{10} =$	$y_{10} =$		$y_{11} =$
$n = 12$	$t_{11} =$	$y_{11} =$		$y_{12} =$
$n = 13$	$t_{12} =$	$y_{12} =$		$y_{13} =$
$n = 14$	$t_{13} =$	$y_{13} =$		$y_{14} =$
$n = 15$	$t_{14} =$	$y_{14} =$		$y_{15} =$
$n = 16$	$t_{15} =$	$y_{15} =$		$y_{16} =$

Tabla 1.6 Comparación del error relativo en el valor final del método de Euler para diferentes tamaños de paso

tamaño de paso	**valor final**	**valor verdadero**	**error relativo**
$h = 1$		2.718281828	
$h = 0.5$		2.718281828	
$h = 0.25$	2.44140625	2.718281828	10.19%
$h = 0.125$		2.718281828	
$h = 0.0625$		2.718281828	

Sección 2 – Propagación del error de truncamiento

Una de las características de los métodos numéricos que van "avanzando" (en este caso, con respecto a la variable independiente t) es que el error numérico en cada paso afecta los cálculos de los pasos siguientes, lo que se conoce como *propagación del error*. Qué tanto influye este error acumulado paso a paso depende de la ecuación diferencial, pero se puede demostrar fácilmente con la ecuación de prueba $y' = y$ que se está utilizando en esta actividad.

Para cada uno de los valores obtenidos en la Tabla 1.3, calcular el error relativo respecto al valor verdadero de la solución exacta de la ecuación, $y = e^t$, registrando los resultados en la Tabla 2.1 (un renglón viene resuelto como guía).

Tabla 2.1 Propagación del error en el método de Euler para $h = 0.25$

n	t_n	y_n **calculado**	y **verdadero**	**error relativo**
0	0			
1	0.25			
2	0.50			
3	0.75	1.953125	$e^{0.75} = 2.117000017$	7.74%
4	1.00			

Discusión de resultados

Con base en los resultados de las Tablas 1.6 y 2.1, como equipo responder las siguientes preguntas

1. ¿Qué pasa con el error relativo si disminuye el tamaño de paso en el método de Euler?
2. El método de Euler es un método de primer orden. ¿Concuerda esta afirmación con la manera en que se reduce el error al reducir el tamaño de paso?
3. ¿Qué pasa con el error relativo conforme avanzan los pasos en el método de Euler?

Evidencias Entregables

La evidencia de esta actividad coniste en este documento con las tablas completadas, la discusión de resultados (respuesta como equipo a las preguntas) y sus conclusiones individuales sobre la actividad. Una vez completada la evidencia, sólo integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.