Programación y Métodos Numéricos

Ejercicios Feb – Jun 2021

Unidad 1 – Introducción a la programación

EJERCICIO 1 (2 puntos, fecha límite 16-MAR-2021)

El volumen de una esfera está dado por la fórmula $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, donde r es el radio de la esfera. Escribir un programa en Scilab que calcule el volumen de una esfera, en centímetros cúbicos, utilizando como dato el radio en centímetros proporcionado por el usuario al correr el programa. Como corrida de prueba, calcular el volumen de una bola de boliche de 10.915 cm de radio.

RESULTADO: 5447.03 cm³

EJERCICIO 2 (4 puntos, fecha límite 16-MAR-2021)

Escribir un programa en Scilab que calcule el lado de un cubo, con base en el volumen proporcionado por el usuario. Para la corrida de prueba, usar el programa para determinar cuánto debe medir el lado de una cisterna de forma cúbica que deba tener una capacidad de 10 m³.

RESULTADO: 2.154 m

EJERCICIO 3 (4 puntos, fecha límite 17-MAR-2021)

Para una caja de cartón, el volumen se obtiene simplemente multiplicando las tres medidas: ancho, alto y fondo. Escribir un programa en Scilab que pida estos tres datos, en centímetros, y calcule el volumen, reportándolo en litros (1 L = 1000 cm³). Para la corrida de prueba, calcular el volumen de una caja de 42 cm de ancho, 18 cm de alto y 24 cm de fondo.

RESULTADO: 18.144 L

EJERCICIO 4 (6 puntos, fecha límite 18-MAR-2021)

Para dos números x_1 y x_2, la media aritmética, la media geométrica y la media armónica se calculan respectivamente como:

$$\frac{x_1 + x_2}{2} \qquad (x_1 x_2)^{1/2} \qquad \frac{2x_1 x_2}{x_1 + x_2}$$

Escribir un programa en Scilab que pida dos números y reporte las tres medias. Para la corrida de prueba, usar 4 y 21.

RESULTADOS: 12.5, 9.165, 6.72

EJERCICIO 5 (8 puntos, fecha límite 19-MAR-2021)

La ecuación de estado más sencilla que existe es la ecuación de gas ideal $PV = nRT$, donde P es la presión del gas, V es el volumen, n es el número de moles, R es la constante universal de los gases (8.314 Pa·m³/mol·K) y T es la temperatura absoluta. Escribir un programa en Scilab que calcule el número de moles de un gas empleando la ecuación de gas ideal. Para la corrida de prueba, tomar P = 0.8 atm, V = 2 m³ y T = 25 °C.

RESPUESTA: 65.4 mol

EJERCICIO 6 (10 puntos, fecha límite 22-MAR-2021)

En Termodinámica, se estudia la ecuación de estado de Van der Waals:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

usando los parámetros a y b estimados con base en los datos del punto crítico:

$$a = \frac{27R^2{T_c}^2}{64P_c} \qquad b = \frac{RT_c}{8P_c}$$

donde P es la presión (atm), v es el volumen específico (L/mol), T es la temperatura absoluta (K), R es la constante universal de los gases (0.082057 atm·L/mol·K), T_c es la temperatura crítica (K) y P_c es la presión crítica (atm).

Escribir un programa en Scilab que calcule la presión empleando la ecuación de estado de Van der Waals. El programa debe solicitar al usuario como datos la temperatura, el volumen específico, la temperatura crítica y la presión crítica (en las unidades indicadas anteriormente). El programa no debe pedir el valor de la constante de los gases: éste debe ser incorporado directamente en el programa. Para la corrida de prueba, estimar la presión del ciclopropano a 35 °C y 1.2 L/mol. Para el ciclopropano, los datos del punto crítico son T_c = 398.25 K, P_c = 55.02 atm.

RESULTADO: 16.77 atm.

EJERCICIO 7 (6 puntos, fecha límite 23-MAR-2021)

La trayectoria de una bala de cañón, despreciando la fricción con el aire, obedece las ecuaciones del tiro parabólico. Si el cañón y su objetivo se encuentran a la misma altura, el alcance o rango R (distancia horizontal recorrida por el proyectil) está dado por:

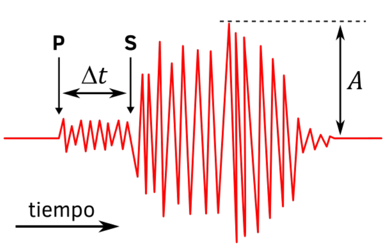
$$R = \frac{{v_0}^2 \operatorname{sen}(2\theta)}{g}$$

donde v_0 es la velocidad inicial, θ es el ángulo de lanzamiento con respecto a la horizontal, y g es la aceleración de la gravedad. Escribir un programa en Scilab que calcule el alcance de la bala. Para la corrida de prueba, considerar el caso en el que la bala es disparada a 138.7 m/s con un ángulo de 37°.

RESULTADO: 1885.06 m

EJERCICIO 8 (6 puntos, fecha límite 24-MAR-2021)

La **escala sismológica de Richter** es una escala arbitraria que cuantifica la intensidad de un terremoto. Fue desarrollada en 1935 por Charles Francis Richter y Beno Gutenberg, en el Instituto de Tecnología de California (Caltech). Utiliza dos



datos: Δt, que es el retraso en segundos desde el inicio de las ondas primarias (P) y el inicio de las ondas secundarias (S), y A, que es la amplitud máxima de las ondas en milímetros, medida directamente del sismograma. La magnitud del terremoto se calcula entonces con la fórmula:

$$M = \log_{10}\left(\frac{A(\Delta t)^3}{1.62}\right)$$

Debido al logaritmo base 10, una diferencia de una unidad en la escala Richter representa un terremoto 10 veces más fuerte. Esta escala no se puede utilizar para magnitudes mayores a 6.9, y ha sido remplazada por otras medidas más precisas de la intensidad telúrica. **Escribir un programa en Scilab para calcular la magnitud en la escala Richter, y probarlo para el caso de un sismo con una amplitud de 53 mm y 13.5 s de retraso.**

RESULTADO: El sismo fue de magnitud 4.9 en la escala Richter.

Unidad 2 – Estructuras de control, funciones y arreglos

EJERCICIO 9 (4 puntos, fecha límite 20-ABR-2021)

Un manómetro es un dispositivo que mide la diferencia de presión entre un sistema y la presión del medio ambiente o **presión atmosférica** P_{atm}. La lectura del manómetro se denomina **presión manométrica** P_{man}. Debido a que mide la presión en relación a la presión atmosférica, es posible que el manómetro indique una presión negativa, si la presión del sistema es menor que la presión atmosférica. Sin embargo, la verdadera presión del sistema, llamada **presión absoluta** P_{abs}, nunca puede ser un valor negativo. La relación entre estas tres presiones está dada por la ecuación:

$$P_{\text{abs}} = P_{\text{man}} + P_{\text{atm}}$$

Escribir un programa en Scilab que pida la presión manométrica y de la presión atmosférica, y las use para calcular la presión absoluta. Si la presión absoluta es mayor o igual que cero, el programa debe reportar el resultado; si no lo es, debe mostrar un aviso indicando que esa presión no puede existir. Como corridas de prueba usar (**A**) P_{man} = −76 kPa, y (**B**) P_{man} = −210 kPa. En ambos casos, usar el valor estándar de la presión atmosférica de 101.3 kPa.

RESULTADO: (A) 25.3 kPa

EJERCICIO 10 (8 puntos, fecha límite 21-ABR-2021)

Constantes para la ecuación de la viscosidad obtenidas de Reid, Prausnitz y Poling, "The Properties of Liquids and Gases", 4ª edición, McGraw-Hill.

La viscosidad de un líquido se puede expresar frecuentemente con una ecuación de la forma $\mu = AT^B$, donde la temperatura T está dada en kelvin y la viscosidad μ está en centipoise. Para el acetaldehído, las constantes son $A = 5.14\times10^7$ y $B = -3.39$, pero para este compuesto la ecuación sólo es válida en el intervalo de temperatura de 0 a 20 °C. Escribir un programa en Scilab que pida la temperatura en grados centígrados. Si la temperatura es mayor o igual que 0 °C y menor o igual que 20 °C, el programa debe calcular y reportar la viscosidad del acetaldehído a esa temperatura. Si no, debe mostrar un mensaje indicando que la temperatura no es válida. Como corridas de prueba, usar (**A**) 11 °C y (**B**) una temperatura, a su elección, que no esté en el intervalo de validez.

RESULTADO: (A) 0.2474 cP

EJERCICIO 11 (4 puntos, fecha límite 27-ABR-2021)

Escribir un programa en Scilab que use un ciclo **`for`** para obtener la suma de los cubos de los números enteros impares desde el 1 hasta un número N (es decir, la suma $1^3 + 3^3 + 5^3 + \cdots + N^3$). Para la corrida de prueba, tomar $N = 101$.

RESULTADO: 13527801.

EJERCICIO 12 (8 puntos, fecha límite 28-ABR-2021)

El n-ésimo número armónico H_n es la suma de los recíprocos de los números naturales, desde 1 hasta n:

$$H_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{n} \qquad \text{o bien, como sumatoria} \quad H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$$

Escribir un programa en Scilab que pida al usuario el valor de n y calcule el número armónico H_n. Para la corrida de prueba, usar $n = 1000$

RESULTADO: 7.4854709

EJERCICIO 13 (12 puntos, fecha límite 29-ABR-2021)

La siguiente sumatoria converge al valor de π^2 cuando N es un valor grande:

$$6\sum_{k=1}^{N}\frac{1}{k^2}$$

Escribir un programa en Scilab que pida al usuario el valor de N. **Si N es mayor a cero,** el programa debe calcular la sumatoria y reportar el resultado. **Si no lo es,** debe mostrarse un mensaje indicando que el valor de N no es válido. Correr el programa tres veces, usando $N = 10$, $N = 100$ y $N = 1000$.

RESULTADO PARA $N = 1000$: 9.8636074

EJERCICIO 14 (8 puntos, fecha límite 3-MAY-2021)

El **dodecahedro regular** es un sólido geométrico formado por 12 pentágonos regulares idénticos. Es uno de los cinco sólidos pitagóricos, los otros siendo el tetrahedro (formado por 4 triángulos), el cubo (6 cuadrados), el octahedro (8 triángulos) y el icosahedro (20 triángulos). Estos sólidos han sido estudiados ampliamente desde los tiempos de los antiguos griegos. Platón afirmaba que los cuatro elementos (tierra, agua, fuego y aire) estaban formados por cuatro de estos sólidos. El dodecahedro fue un caso especial: trataron de mantenerlo en secreto porque creían que era el constituyente del éter (el quinto elemento) del cual estaban formados los cielos.

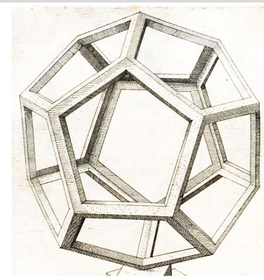


Imagen de *Perspectiva Corporum Regularium* (1568)

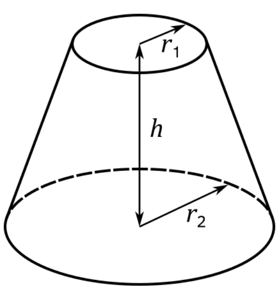
Si R es el radio de una esfera, el volumen del dodecahedro inscrito (es decir, que sólo toca a la esfera con sus vértices) está dado por:

$$V = \frac{\left(15 + 7\sqrt{5}\right)L^3}{4} \qquad \text{donde el lado de los pentágonos está dado por} \qquad L = \frac{\left(\sqrt{15} - \sqrt{3}\right)R}{3}$$

Escribir una función en Scilab que calcule el volumen de un dodecahedro usando como dato el radio de la esfera en la que está inscrito, y usarla en un programa para calcular el volumen del dodecahedro inscrito en una esfera de 15 cm de diámetro.

RESULTADO: 1174.99 cm³

EJERCICIO 15 (10 puntos, fecha límite 4-MAY-2021)



El área total A_T de un cono truncado con extremos de radio r_1 y r_2 y altura h se calcula sumando el área lateral A_L:

$$A_L = \pi(r_1 + r_2)\sqrt{h^2 + (r_2 - r_1)^2}$$

y las áreas A_1 y A_2 de los círculos de los extremos. **Escribir una función en Scilab que calcule el área total de un cono truncado** tomando como datos r_1, r_2 y h y usarla en un programa para calcular el área de un cono de 9 cm de altura, con extremos de diámetro 8 y 10 cm, respectivamente.

RESULTADO: 384.84 cm²

EJERCICIO 16 (4 puntos, fecha límite 6-MAY-2021)

Generar en Scilab la gráfica de $y = x\left(x^2 - 1\right)^3$ en el intervalo $[-1.25, 1.25]$.

SUGERENCIA: Definir el vector **`x`** usando **`linspace`** y luego calcular **`y`** empleando operaciones elemento por elemento.

Unidad 3 – Análisis del error y solución de ecuaciones

EJERCICIO 17 (14 puntos, fecha límite 17-MAY-2021)

Se sabe que la función $x^4 - 3x - 1 = 0$ tiene una solución en el intervalo [1,2]. Realizar **a mano y calculadora** por lo menos cinco iteraciones aplicando (**A**) el método de bisección, y (**B**) el método de la regla falsa. Utilizar por lo menos cinco cifras significativas en los resultados intermedios y mostrar en su evidencia todos los cálculos y sustituciones de cada iteración. Calcular y reportar también el error relativo aproximado en cada iteración. En sus comentarios del ejercicio, comparar ambos métodos y discutir cuál redujo el error relativo más rápidamente.

EJERCICIO 18 (4 puntos, fecha límite 18-MAY-2021)

Adaptado de Singh y Heldman (2014) "Introduction to Food Engineering", Academic Press, que a su vez cita a Balan *et al.* (1991) "Empirical formulas calculate steam properties quickly", Chem. Eng. Jan, 139–140.

La entalpía del agua como vapor saturado se puede estimar con la ecuación empírica propuesta por Balan *et al.* (1991):

$$H_v = -484.836273 + 3.741550922T + 0.00134265666T^2 + 97.21546936\sqrt{647.3 - T} - 1.435427715\left(1.0085^T\right)$$

donde la temperatura está en K y la entalpía en kJ/kg. Aplicando alguno de los métodos cerrados vistos en el curso, determinar a qué temperatura se tiene una entalpía de 2740.53 kJ/kg, utilizando como intervalo de búsqueda 270–470 K y una tolerancia de 5×10^{-5} en el error relativo aproximado.

RESULTADO: 421.33 K

EJERCICIO 19 (6 puntos, fecha límite 21-MAY-2021)

Se desea emplear la iteración de punto fijo para encontrar la raíz de la ecuación $0.4 + 2.1x - x^{3.3} = 0$. Sin embargo, hay más de una manera de reacomodar la ecuación en la forma $x = g(x)$ requerida para el método. Para cada uno de los dos casos siguientes, realizar **a mano y calculadora** cinco iteraciones del método de punto fijo (**A**) despejando x del término lineal, y (**B**) despejando x del término no lineal. En ambos casos, tomar $x_0 = 2$ como valor inicial. Para su evidencia, anotar todas las sustituciones y cálculos, usando todos los decimales que muestre la calculadora.

RESPUESTA: (B) 1.457128679

EJERCICIO 20 (10 puntos, fecha límite 25-MAY-2021)

Polinomio para la conductividad térmica (válido para 115 K – 1070 K) tomado de Reid, Prausnitz y Poling, "The Properties of Liquids and Gases", 4ª edición, McGraw-Hill.

La conductividad térmica del helio (como gas a 1 bar de presión) se puede representar con el polinomio de tercer grado $k = A + BT + CT^2 + DT^3$ donde la conductividad térmica k está dada en W/m·K, la temperatura T está en kelvin, y las constantes son $A = 3.722\times10^{-2}$, $B = 3.896\times10^{-4}$, $C = -7.450\times10^{-8}$, $D = 1.290\times10^{-11}$. Aplicando el método de Newton-Raphson, **a mano y calculadora**, con 300 K como valor inicial, determinar a qué temperatura la conductividad térmica del helio es 0.3783 W/m·K. Realizar el número de iteraciones necesario para que el error relativo aproximado sea menor a 0.05%, utilizando al menos cinco cifras significativas en todos los cálculos y sustituciones.

RESPUESTA: 1047.11 K

EJERCICIO 21 (6 puntos, fecha límite 26-MAY-2021)

Resolver la ecuación no lineal $\mathrm{sen}(2x) - 0.7x + 1 = 0$ utilizando el método de Newton-Raphson, con un valor inicial de $x_0 = 1$ y una tolerancia al error relativo aproximado de 5×10^{-6}.

RESULTADO: 1.5338984 (5 iteraciones)

EJERCICIO 22 (14 puntos, fecha límite 28-MAY-2021)

Adaptado de Carnahan *et al.* (1969).

Para el sistema de ecuaciones mostrado a la derecha, realizar **a mano y calculadora** cinco iteraciones de (**A**) el método de Jacobi, y (**B**) el método de Gauss-Seidel. En ambos casos, tomar como valor inicial cero para todas las variables. Usar por lo menos cinco cifras significativas en los cálculos y calcular el error relativo aproximado en cada iteración. Comentar sobre la convergencia de cada método, con base en los errores calculados.

$$\begin{aligned} 4x + 2y + z &= 11 \\ -x + 2y &= 3 \\ 2x + y + 4z &= 16 \end{aligned}$$

EJERCICIO 23 (10 puntos, fecha límite 28-MAY-2021)

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones mediante (**A**) el método de la inversa en Excel y (**B**) el operador **** en Scilab.

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_3 + 2x_5 &= 105.57 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 256.45 \\ 5x_1 + 6x_4 + 6x_5 &= 323.07 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_4 &= 347.46 \\ 4x_2 - 3x_3 + 7x_4 &= 521.36 \end{aligned}$$

SOLUCIÓN: $x_1 = 17.01$, $x_2 = 84.72$, $x_3 = -14.72$, $x_4 = 19.76$, $x_5 = 19.91$

Unidad 4 – Interpolación, regresión y derivación

EJERCICIO 24 (8 puntos, fecha límite 03-JUN-2021)

Escribir un programa en Scilab para interpolación lineal simple. El programa debe pedir los valores de x_1, y_1, x_2, y_2 y x, y calcular el valor interpolado con la fórmula:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Para la corrida de prueba, determinar por interpolación lineal la entalpía del agua líquida saturada a 80 °C, con base en los siguientes datos:

T_{sat} (°C)	h_f (kJ/kg)
50	209.34
100	419.17

Datos de Çengel (2015).

RESULTADO: 335.238 kJ/kg

EJERCICIO 25 (4 puntos, fecha límite 04-JUN-2021)

La tabla muestra la viscosidad (en centipoise) de una solución de sacarosa de 60 °Bx a tres temperaturas diferentes. Empleando la interpolación polinomial de Lagrange, estimar la viscosidad de esta solución a 30 °C.

temperatura (°C)	viscosidad (cP)
20	56.70
50	14.06
70	7.18

RESPUESTA: 38.18 cP

EJERCICIO 26 (20 puntos, fecha límite 09-JUN-2021)

Datos adaptados del Apéndice A de Incropera y DeWitt, "Fundamentos de Transferencia de Calor", Prentice Hall.

Escribir un programa en Scilab para regresión lineal simple por mínimos cuadrados. El programa debe pedir el número de datos, usar ciclos para pedir los valores de x y y, y calcular m, b y R^2. Para la corrida de prueba, usar los datos de la tabla, que lista la estatura y peso de 10 estudiantes.

x = **estatura (m)**	1.60	1.83	1.52	1.68	1.78	1.88	1.65	1.57	1.74	1.65
y = **peso (kg)**	68	81	61	71	76	81	73	60	66	63

RESPUESTA: (A) $y = 58.099x - 28.188$, $R^2 = 0.759$

EJERCICIO 27 (8 puntos, fecha límite 09-JUN-2021)

Adaptado de Berthouex & Brown (2002) "Statistics for Environmental Engineers", 2nd edition, Lewis Publishers, que a su vez cita a Briggs & Gatter (1992) *ISA Trans.* 31, 111–123.

La demanda química de oxígeno (DQO) es un parámetro importante de la calidad del agua, que está relacionado con la cantidad de materia orgánica presente en el agua. Se suele expresar como la masa de oxígeno (en mg) que se necesitaría para oxidar completamente los compuestos orgánicos presentes en un litro de agua. En el laboratorio, se puede determinar mediante reacción de la muestra con un exceso de dicromato de potasio, seguida de una titulación con sulfato de amonio y hierro (II), aunque este procedimiento es relativamente tardado.

En el laboratorio de una planta de tratamiento de aguas, están explorando la posibilidad de determinar indirectamente la DQO mediante espectrofotometría. Para ello, midieron la absorbancia a 254 nm (UV) de varias muestras de agua, a las que se les determinó también la DQO (en mg/L) por el método estándar, a efecto de construir una curva de calibración para mediciones posteriores. Para los datos mostrados en la tabla, realizar una regresión lineal de la absorbancia en función de la DQO, utilizando Excel. Reportar la gráfica, la ecuación de la recta y el valor de R^2.

DQO	60	70	90	100	120	130	140	195	250	300	350	375	380	450	500	525	550	550	600	650	675
A	0.3	0.3	0.4	0.6	0.5	0.7	0.7	0.9	1.3	1.6	1.7	1.6	1.7	1.7	2.3	2.5	2.2	2.3	2.3	2.5	2.7

RESPUESTA: **A** = 0.00387×**DQO** + 0.165, $R^2 = 0.966$

Unidad 5 – Integración y solución de ecuaciones diferenciales

EJERCICIO 28 (20 puntos, fecha límite 21-JUN-2021)

Un medidor de flujo registra el flujo de entrada de un tanque de almacenamiento. La tabla muestra el flujo medido durante 30 minutos que se estuvo suministrando agua al tanque. Sabiendo que el volumen es la integral del flujo volumétrico con respecto al tiempo, estimar el volumen de agua que ha entrado en el tanque, durante esos 30 minutos.

t (min)	0	6	10	17	25	27	30
F (L/min)	30	32	27	29	32	35	21

RESPUESTA: 895 L

EJERCICIO 29 (14 puntos, fecha límite 22-JUN-2021)

El cambio de entalpía Δh de una sustancia, al pasar de una temperatura T_A a una temperatura T_B está dado por la integral de la capacidad calorífica c_P, que a su vez depende de la temperatura:

$$\Delta h = \int_{T_A}^{T_B} c_P dT$$

Escribir un programa en Scilab que utilice la regla de Simpson de 3/8 para calcular el cambio de entalpía del etanol líquido, desde 300 K hasta 450 K, dados los valores de c_P mostrados en la tabla:

T (K)	c_P (kJ/kg·K)
300	2.45
350	2.99
400	3.74
450	5.23

Datos de Perry & Green (2003) "Manual del Ingeniero Químico", 7ª edición, McGraw-Hill.

RESPUESTA: 522.56 kJ/kg

EJERCICIO 30 (10 puntos, fecha límite 24-JUN-2021)

Resolver la ecuación diferencial:

$$\frac{dy}{dt} = 4\left(y - y^2\right) + \mathrm{sen}\left(6ty\right)$$

usando el programa de ejemplo del método de Euler, desde el punto inicial $t_0 = 0$, $y_0 = 0.5$ hasta $t_f = 3$, para los tamaños de paso $h = 0.1$, $h = 0.01$ y $h = 0.001$. Presentar como evidencia el código del programa, las tres corridas de prueba y las tres gráficas que generará el programa.

RESULTADO PARA $h = 0.001$: 0.8376631