

Programación y Métodos Numéricos

Ejercicios Agosto – Diciembre 2021

Unidad 1 – Introducción a la programación

EJERCICIO 1 (2 puntos, fecha límite 17-SEP-2021)

Escribir un programa en Scilab que calcule el volumen de un cubo a partir del lado proporcionado por el usuario. Para la corrida de prueba, utilizar 3.1 metros para el lado.

RESULTADO: 29.791 m³

EJERCICIO 2 (4 puntos, fecha límite 23-SEP-2021)

Escribir un programa en Scilab que calcule el radio de una esfera a partir de su volumen (proporcionado por el usuario). Como valor para la corrida de prueba, emplear 435 cm³.

RESULTADO: 4.7 cm.

EJERCICIO 3 (6 puntos, fecha límite 29-SEP-2021)



La torre inclinada de Pisa es un edificio famoso ubicado en Italia, construida entre los años 1173 y 1372. A medida que se fue construyendo, la torre se fue inclinando debido a sus cimientos inestables. Actualmente, la torre tiene una inclinación de 3.97°, y su altura, en el lado más elevado, es 56.67 metros. Se dice que, alrededor del año 1590, Galileo dejó caer dos balas de cañón de diferente masa desde lo alto de la torre, para demostrar que la velocidad con la que cae un objeto no depende de su masa.

La distancia recorrida por un objeto en caída libre (despreciando la fricción con el aire) es $y = \frac{1}{2}gt^2$ donde g es la aceleración de la gravedad (9.81 m/s²) y t es el tiempo en segundos. Escribir un programa en Scilab que calcule el tiempo de caída de un objeto (en segundos), dada la distancia de caída (en metros). El valor de la gravedad no debe pedirse al usuario, sino asignarse directamente a una variable en el programa. Para la corrida de prueba, usar la altura máxima de la torre de Pisa.

RESULTADO: 3.399 s

EJERCICIO 4 (6 puntos, fecha límite 30-SEP-2021)

La ecuación de estado más sencilla que existe es la ecuación de gas ideal $PV = nRT$, donde P es la presión del gas, V es el volumen, n es el número de moles, R es la constante universal de los gases (8.314 Pa·m³/mol·K) y T es la temperatura absoluta. Escribir un programa en Scilab que calcule el número de moles de un gas empleando la ecuación de gas ideal. Para la corrida de prueba, tomar $P = 0.8$ atm, $V = 2$ m³ y $T = 25$ °C.

RESPUESTA: 65.4 mol

EJERCICIO 5 (10 puntos, fecha límite 01-OCT -2021)

Una de las ecuaciones propuestas para el comportamiento de un gas real, es la ecuación de estado de Redlich-Kwong:

$$P = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{vT^{0.5}(v + b)}$$

usando los parámetros a y b estimados con base en los datos del punto crítico:

$$a = 0.42748 \frac{R^2 T_c^{2.5}}{P_c} \quad b = 0.08664 \frac{RT_c}{P_c}$$

donde P es la presión (atm), v es el volumen específico (L/mol), T es la temperatura absoluta (K), R es la constante universal de los gases (**0.082057 atm·L/mol·K**), T_c es la temperatura crítica (K) y P_c es la presión crítica (atm).

Escribir un programa en Scilab que calcule la presión empleando la ecuación de estado de Redlich-Kwong. El programa debe solicitar al usuario como datos la temperatura, el volumen específico, la temperatura crítica y la presión crítica (en las unidades indicadas anteriormente). El programa no debe pedir el valor de la constante de los gases, sino que debe ser incorporado directamente en el programa. Para la corrida de prueba, estimar la presión del oxígeno a 32 °C y 0.16 L/mol. Los datos del punto crítico para el O₂ son $T_c = 154.58$ K, $P_c = 49.77$ atm.

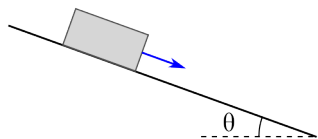
RESULTADO: 147.79 atm.

EJERCICIO 6 (6 puntos, fecha límite 06-OCT -2021)

El pH (potencial de hidrógeno) es una manera conveniente de expresar el grado de acidez o alcalinidad de una solución, y está definido como: $\text{pH} = -\log_{10}[\text{H}^+]$, donde la concentración de iones hidrógeno está expresada en mol/L. Escribir un programa en Scilab que calcule el pH, cuando se le proporcione como dato la concentración de iones hidrógeno. Para la corrida de prueba, emplear 5×10^{-4} mol/L.

RESULTADO: pH 3.3

EJERCICIO 7 (6 puntos, fecha límite 07-OCT -2021)



Cuando se tiene un objeto en un plano, y el plano se empieza a inclinar, la fuerza de fricción impide inicialmente que el objeto se deslice. Conforme se inclina más el plano, se alcanza un ángulo θ en el cual el objeto comienza a deslizarse. La relación entre el ángulo de deslizamiento y el coeficiente de fricción μ está dada por la ecuación $\mu = \tan \theta$. Escribir un programa en Scilab, que tome como dato el valor del coeficiente

de fricción y calcule el ángulo de deslizamiento. Para la corrida de prueba, determinar el ángulo de deslizamiento (en grados) de un bloque de polietileno colocado en una superficie de acero inoxidable, para lo cual $\mu = 0.2$.

RESPUESTA: 11.3°

Unidad 2 – Estructuras de control, funciones y arreglos

EJERCICIO 8 (4 puntos, fecha límite 27-OCT-2021)

Escribir un programa en Scilab que convierta una temperatura dada de °C a K. El programa debe calcular la temperatura y mostrar el resultado sólo si la temperatura es mayor o igual a -273.15 °C, en caso contrario debe mostrar una advertencia al usuario. Para las corridas de prueba, usar 110 °C, -67 °C, y -310 °C.

EJERCICIO 9 (6 puntos, fecha límite 28-OCT-2021)

Constantes de Antoine adaptadas de Reid, Prausnitz y Poling (1987) "The Properties of Gases and Liquids".

La presión de vapor P_v de la glicerina, entre 170 y 325 °C, se puede calcular con la ecuación de Antoine:

$$\ln P_v = 10.6058 - \frac{4487.04}{T + 133}$$

donde P_v está dada en atm, y la temperatura T en °C. Escribir un programa en Scilab que calcule P_v si la temperatura proporcionada por el usuario está entre 170 y 325 °C, y que muestre un mensaje de advertencia en caso contrario. Para la corrida de prueba, utilizar (A) 250 °C, (B) una temperatura, a su elección, menor a 170 °C, y (C) una temperatura, a su elección, mayor a 325 °C.

RESULTADO: (A) 0.32965 atm

EJERCICIO 10 (6 puntos, fecha límite 29-OCT-2021)

La siguiente sumatoria converge al valor de 1 cuando N es un valor muy grande:

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{n(1+n)}$$

Escribir un programa en Scilab que pida el valor de N y calcule el valor de la sumatoria. Correr el programa para los siguientes tres valores de $N = 5, 500$ y 50000 .

RESULTADO PARA $N = 500$: 0.998004

EJERCICIO 11 (10 puntos, fecha límite 01-NOV-2021)

4 × 1 = 4
4 × 2 = 8
4 × 3 = 12
4 × 4 = 16
4 × 5 = 20
4 × 6 = 24
4 × 7 = 28
4 × 8 = 32
4 × 9 = 36
4 × 10 = 40

Una tabla de multiplicar es un recurso didáctico utilizado en educación básica para que los niños adquieran la habilidad numérica de multiplicar dos números. En este ejercicio, se utilizará un ciclo en Scilab para generar la tabla de multiplicar de un número entre 1 y 10. El pseudocódigo del programa es como sigue:

Preguntar **a**.
Si **a** está entre 1 y 10:
 Ciclo para **b**, de 1 a 10:
 Mostrar: **a × b = ab**
Si no:
 Mostrar mensaje de error.

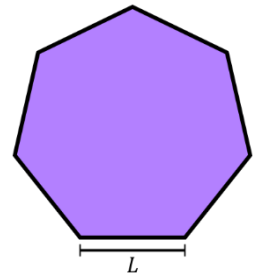
Para la corrida de prueba, usar el último dígito de su número de control (si es cero, usar 10).

EJERCICIO 12 (6 puntos, fecha límite 03-NOV-2021)

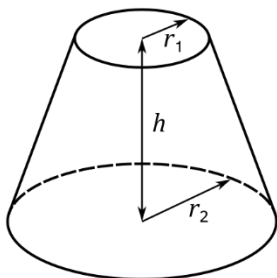
El área de un heptágono regular con lados de longitud L está dada por:

$$A = 1.75L^2 \cot\left(\frac{\pi}{7}\right)$$

donde la cotangente es del ángulo en radianes. Escribir una función en Scilab que use esta fórmula para calcular el área, usando L como parámetro, y utilizarla en un programa que pida al usuario el valor de L y reporte el resultado del área. Para la corrida de prueba, calcular el área de un heptágono regular de 8.4 cm de lado.



RESULTADO: 256.40886 cm²

EJERCICIO 13 (8 puntos, fecha límite 04-NOV-2021)

El área total A_T de un cono truncado con extremos de radio r_1 y r_2 y altura h se calcula sumando el área lateral A_L :

$$A_L = \pi(r_1 + r_2)\sqrt{h^2 + (r_2 - r_1)^2}$$

y las áreas A_1 y A_2 de los círculos de los extremos. Escribir una función en Scilab que calcule el área total de un cono truncado tomando como datos r_1 , r_2 y h y usarla en un programa para calcular el área de un cono de 9 cm de altura, con extremos de diámetros 8 y 10 cm, respectivamente.

RESULTADO: 384.84 cm²

EJERCICIO 14 (4 puntos, fecha límite 08-NOV-2021)

Generar en Scilab la gráfica de $y = x(x^2 - 1)^3$ en el intervalo $[-1.25, 1.25]$. Utilizar al menos 150 puntos en la gráfica. SUGERENCIA: Definir el vector x usando **linspace** y luego calcular y empleando operaciones elemento por elemento.

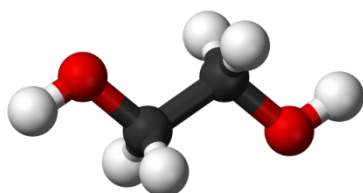
Unidad 3 – Análisis del error y solución de ecuaciones

EJERCICIO 15 (10 puntos, fecha límite 17-NOV-2021)

Se sabe que la función $f(x) = e^{-0.5x} \cos x$ tiene una solución en el intervalo $[0, 2]$. Realizar **a mano y calculadora** por lo menos cinco iteraciones aplicando (A) el método de bisección, y (B) el método de la regla falsa. Usar al menos cinco cifras significativas y mostrar en su evidencia todos los cálculos y sustituciones. Calcular y reportar también el error relativo aproximado en cada iteración. En sus comentarios del ejercicio, comparar ambos métodos y discutir cuál redujo el error relativo más rápidamente.

EJERCICIO 16 (6 puntos, fecha límite 18-NOV-2021)

Constantes para la ecuación de viscosidad tomadas de Perry & Green (2019) "Perry's Chemical Engineers' Handbook", 9th edition, McGraw-Hill.



El etilenglicol (1,2-etanodiol, $\text{HO}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{OH}$) es un líquido viscoso, incoloro, inodoro y de sabor dulce, que se emplea principalmente como materia prima en la fabricación de fibras textiles de poliéster y en mezclas anticongelantes. La viscosidad del etilenglicol puro está dada por la ecuación:

$$\ln \mu = -290.36 + \frac{14251}{T} + 42.486 \ln T - 4.0369 \times 10^{-5} T^2$$

con la temperatura está en kelvin y la viscosidad en Pa·s. Esta ecuación es válida para temperaturas entre 260 y 576 K. Usando el método de bisección, determinar la temperatura a la que el etilenglicol tiene una viscosidad de 5×10^{-4} Pa·s. Como intervalo inicial de búsqueda, utilizar el intervalo completo de validez de la ecuación, y usar una tolerancia al error relativo aproximado de 1×10^{-4} .

RESULTADO: 474.125 K

EJERCICIO 17 (4 puntos, fecha límite 22-NOV-2021)

Se desea emplear la iteración de punto fijo para encontrar la raíz de la ecuación $0.4 + 2.1x - x^{3.3} = 0$. Sin embargo, hay más de una manera de reacomodar la ecuación en la forma $x = g(x)$ requerida para el método. Para cada uno de los dos casos siguientes, realizar **a mano y calculadora** cinco iteraciones del método de punto fijo (A) despejando x del término lineal, y (B) despejando x del término no lineal. En ambos casos, tomar $x_0 = 2$ como valor inicial. Para su evidencia, anotar todas las sustituciones y cálculos, usando todos los decimales que muestre la calculadora.

RESPUESTA: (B) 1.457128679

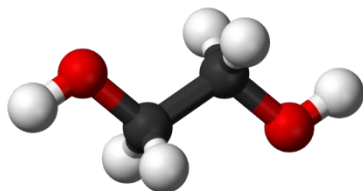
EJERCICIO 18 (6 puntos, fecha límite 23-NOV-2021)

Resolver **a mano y calculadora** la ecuación $x^4 - 400x - 70 = 0$ mediante el método de Newton-Raphson, tomando como valor inicial $x_0 = 10$. Realizar las iteraciones necesarias hasta un error relativo aproximado de 5×10^{-4} o menor. En su evidencia, anotar todas las sustituciones y cálculos, usando al menos 7 cifras significativas.

RESULTADO: 7.425496

EJERCICIO 19 (6 puntos, fecha límite 25-NOV-2021)

Constantes para la ecuación de viscosidad tomadas de Perry & Green (2019) "Perry's Chemical Engineers' Handbook", 9th edition, McGraw-Hill.



El etilenglicol (1,2-etanodiol, HO-CH₂-CH₂-OH) es un líquido viscoso, incoloro, inodoro y de sabor dulce, que se emplea principalmente como materia prima en la fabricación de fibras textiles de poliéster y en mezclas anticongelantes. La viscosidad del etilenglicol puro está dada por la ecuación:

$$\ln \mu = -290.36 + \frac{14251}{T} + 42.486 \ln T - 4.0369 \times 10^{-5} T^2$$

con la temperatura está en kelvin y la viscosidad en Pa·s. Esta ecuación es válida para temperaturas entre 260 y 576 K. Utilizando el programa para el método de Newton-Raphson proporcionado en el material del curso, determinar la temperatura a la que el etilenglicol tiene una viscosidad de 5×10^{-4} Pa·s. Usar 260 K como valor inicial y 1×10^{-4} como tolerancia para el error relativo aproximado.

RESULTADO: 474.117 K

EJERCICIO 20 (8 puntos, fecha límite 29-NOV-2021)

Adaptado de Carnahan et al. (1969).

Para el sistema de ecuaciones mostrado a la derecha, realizar "a mano y calculadora" cuatro iteraciones de **(A)** el método de Jacobi, y **(B)** el método de Gauss-Seidel. En ambos casos tomar como valor inicial $x_0 = 1$, $y_0 = 1$ y $z_0 = 1$. Usar al menos cinco cifras significativas en todos los cálculos y mostrar todas las sustituciones en su evidencia. En cada iteración calcular el error relativo respecto a la solución exacta del sistema, que es $x = 1.3$, $y = 2.1$ y $z = 4.7$. Comentar cuál método converge más rápido.

$$4x + 2y + z = 14.1$$

$$-x + 2y = 2.9$$

$$2x + y + 4z = 23.5$$

EJERCICIO 21 (6 puntos, fecha límite 30-NOV-2021)

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones utilizando **(A)** el operador \ en Scilab, y **(B)** el método de la matriz inversa en Excel (como evidencia de este inciso, subir su archivo de Excel a Classroom).

$$x_1 + x_2 = 13.1$$

$$2x_1 - x_3 - x_5 = 7.47$$

$$2x_3 + x_4 + 2x_5 = -0.45$$

$$3x_2 + 5x_3 + 4x_4 - 5x_5 = 0.12$$

$$x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 19.73$$

RESPUESTA: $x_1 = 5.01$, $x_2 = 8.09$, $x_3 = 1.08$, $x_4 = -5.55$, $x_5 = 1.47$

Unidad 4 – Interpolación, regresión y derivación

EJERCICIO 22 (8 puntos, fecha límite 01-DIC-2021)

Escribir un programa en Scilab para interpolación lineal simple. El programa debe pedir los valores de x_1 , y_1 , x_2 , y_2 y x , y calcular el valor interpolado mediante la fórmula:

$$y = y_1 + \frac{(y_2 - y_1)(x - x_1)}{(x_2 - x_1)}$$

Para la corrida de prueba, determinar por interpolación lineal la entalpía del agua líquida saturada a 80 °C, con base en los siguientes datos:

T_{sat} (°C)	h_f (kJ/kg)
50	209.34
100	419.17

Datos de Çengel (2015).

RESULTADO: 335.238 kJ/kg

EJERCICIO 23 (6 puntos, fecha límite 02-DIC-2021)

Datos de la ISA obtenidos con calculadora en línea: <http://www.luzmonteiro.com/StdAtm.aspx>

La atmósfera estándar internacional (ISA, del inglés *international standard atmosphere*) es un modelo que representa cómo varía la temperatura, presión, densidad y viscosidad del aire con respecto a la altura (sin considerar variaciones climáticas). Ha sido publicada como el estándar ISO 2533:1975. La tabla muestra los valores de la ISA a tres alturas diferentes. Con estos datos, estimar la presión atmosférica en la ciudad de Durango, México, a 1890 metros de altura sobre el nivel del mar, utilizando: (A) interpolación lineal y (B) interpolación polinomial de Lagrange. En ambos casos, calcular el error relativo respecto al valor verdadero de la ISA para esa altura (80587 Pa).

H (m)	T (K)	P (Pa)	ρ (kg/m ³)	μ (Pa·s)
0	288.15	101325	1.225	1.789×10^{-5}
1000	281.65	89875	1.112	1.758×10^{-5}
2000	275.15	79495	1.006	1.726×10^{-5}

RESULTADO: (A) 80642.8 Pa, (B) 80584.4 Pa

EJERCICIO 24 (16 puntos, fecha límite 06-DIC-2021)

Escribir un programa en Scilab para regresión lineal simple. El programa debe pedir el número de datos, usar ciclos para pedir los valores de x y y , y calcular m , b y R^2 . Para la corrida de prueba, usar los datos de la tabla, que muestra la resistencia eléctrica de una bobina en función de la temperatura.

temperatura T (°C)	1.05	21.4	33.4	47.0	59.0	76.9	91.9	96.1
resistencia R (Ω)	9.6	10.5	10.9	11.3	11.8	12.2	12.7	14.2

RESULTADO: $m = 0.0401$, $b = 9.512$, $R^2 = 0.9196$

EJERCICIO 25 (6 puntos, fecha límite 08-DIC-2021)

Adaptado de Spiegel (2008) "Schaum's Outline of Statistics".

La tabla lista la estatura y peso de 10 estudiantes. Utilizar Excel para determinar la ecuación de regresión lineal del peso (y) en función de la estatura (x) y el coeficiente de determinación. Como evidencia, adjuntar en Classroom el archivo de Excel y un documento con sus comentarios/conclusiones.

estatura (m)	1.60	1.83	1.52	1.68	1.78	1.88	1.65	1.57	1.74	1.65
peso (kg)	68	81	61	71	76	81	73	60	66	63

RESPUESTA: $y = 58.099x - 28.188$, $R^2 = 0.759$

Unidad 5 – Integración y solución de ecuaciones diferenciales

EJERCICIO 26 (14 puntos, fecha límite 17-DIC-2021)

Datos adaptados de Wark (1991) "Termodinámica", 5ª edición, McGraw-Hill.

El trabajo realizado por un gas en expansión se obtiene integrando la presión con respecto al volumen, $w = \int P dv$. Los datos de la tabla muestran la presión de una cierta cantidad de dióxido de azufre gaseoso (SO_2) que se expande en un sistema cilindro-pistón. Aplicando la regla del trapecio, determinar **a mano y calculadora** la cantidad de trabajo (en kJ/kg) realizado por el gas al expandirse desde 0.125 hasta 0.479 m³/kg. (NOTA: 1 kJ = 1 kPa·m³).

v (m ³ /kg)	0.125	0.150	0.187	0.268	0.479
P (kPa)	345	275	207	138	68

RESULTADO: 52.37 kJ/kg

EJERCICIO 27 (20 puntos, fecha límite 10-ENE-2022)

La función e^{-x^2} tiene importante relación con la distribución de probabilidad normal (distribución gaussiana) y con la función error, que tiene aplicaciones importantes en matemáticas e ingeniería. Sin embargo, no se puede integrar de forma analítica en términos de funciones algebraicas o trascendentales básicas. Empleando **(A)** la regla de Simpson de 1/3 para tres puntos, y **(B)** la regla de Simpson de 3/8 para cuatro puntos, calcular el valor de la integral definida:

$$\int_0^{1.2} e^{-x^2} dx$$

Calcular también el error relativo de ambas estimaciones, sabiendo que el valor exacto de la integral es **0.80674476**.

RESULTADOS: (A) 0.80552661, (B) 0.80628546

EJERCICIO 28 (10 puntos, fecha límite 12-ENE-2022)

Resolver numéricamente la ecuación diferencial $y' + y = 10e^{-t} \cos(5y)$ desde el punto inicial $t_0 = 0$, $y_0 = 0$ hasta el punto final $t_f = 3$, usando el método de Euler con tamaños de paso $h = 0.5, 0.05, 0.005$ y 0.0005 . Reportar en la tabla siguiente el valor final de y obtenido por el método numérico y el error relativo porcentual de ese resultado, sabiendo que el valor verdadero de y en $t = 3$ es 0.06475185. Generar también la gráfica de la solución numérica para cada valor de h . ¿A qué conclusión se llega respecto al comportamiento del error y su relación con el orden del método de Euler?

tamaño de paso	valor final (y en $t = 3$)	error relativo porcentual
$h = 0.5$	0.2919339	350.85%
$h = 0.05$		
$h = 0.005$		
$h = 0.0005$		