ACTIVIDAD 1
(6 puntos)

PROGRAMACIÓN Y MODELADO EN INGENIERÍA BIOQUÍMICA

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Obtener una perspectiva de la importancia y aplicación de la programación y el modelado matemático en la ingeniería bioquímica.

Indicaciones

1. Mediante una investigación bibliográfica, preparar un ensayo presentando su perspectiva respecto al desarrollo histórico de las computadoras y su importancia en ingeniería.
2. Diseñar una encuesta y aplicarla a un mínimo de 20 compañeros de la carrera, de **quinto semestre en adelante**, para obtener al menos la siguiente información: qué lenguajes de programación han usado, y en qué clases los han aplicado.
3. Entrevistar a algún docente de la carrera, para obtener su opinión respecto al uso de la computadora como herramienta de simulación en ingeniería bioquímica.
4. Elaborar individualmente sus conclusiones acerca de la importancia de la programación y la simulación en la ingeniería bioquímica.

Sugerencias para el éxito de la actividad

★ El diseño de la encuesta y de la entrevista es libre; es una oportunidad para evidenciar su creatividad.

★ Los resultados de la encuesta deben presentarse en forma condensada, de preferencia mediante gráficas (no anexar todos los resultados individuales), y presentar también su análisis o comentarios al respecto.

Evidencias Entregables

La evidencia de esta actividad lleva esta hoja de instrucciones cumpliendo las funciones de portada. La extensión máxima recomendada es de 10 páginas, distribuidas aproximadamente de la siguiente forma: ensayo (4–5 páginas), una de las encuestas respondidas como muestra (1 página), los resultados de la encuesta (1–2 páginas, incluyendo su análisis y comentarios de dichos resultados), entrevista (1 página, incluir fotografía de los integrantes del equipo con el docente entrevistado) y sus conclusiones individuales de la actividad (1 página).

INSTITUTO TECNOLÓGICO
DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS
QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos
BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica
Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 2
(6 puntos)

INFORMACIÓN

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Poner en práctica diversos aspectos del manejo de información desde el punto de vista de su representación interna en una computadora.

Evidencias Entregables

El reporte de esta actividad consta de estas hojas de trabajo, con esta página cumpliendo las funciones de portada. Opcionalmente pueden anexar una investigación bibliográfica sobre el sistema Unicode (máximo tres páginas).

Sólo se entrega un ejemplar del reporte por equipo. Una vez aceptado, cada integrante del equipo deberá tener una copia para su portafolio final.

SECCIÓN 1 – *Conversiones entre sistemas de numeración*

(**A**) Convertir el número binario **111010110** a decimal.

(**B**) Convertir el número hexadecimal **4A21** a decimal.

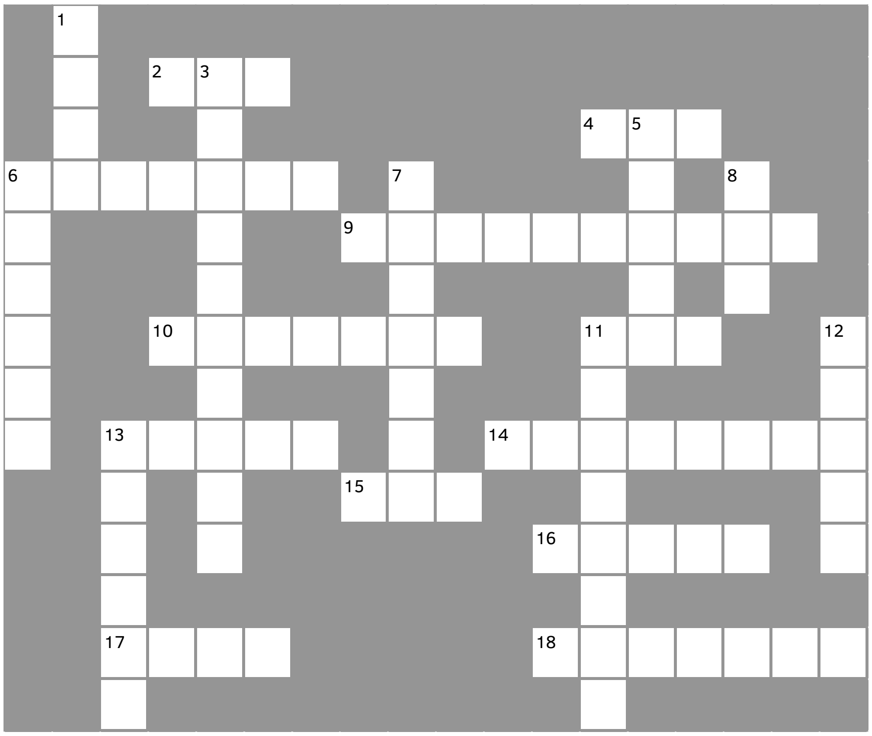
SECCIÓN 2 – *Código ASCII*

La siguiente secuencia de bits contiene un mensaje codificado. Agrupar en bytes e interpretar de acuerdo al código ASCII para descifrar el mensaje:

01000001011011000010000001100010011101010110010101101110001000000110010101101
11001110100011001010110111001100100011001010110010001101111011100100010110000
10000001110000011011110110001101100001011100110010000001110000011000010110110
0011000010110001001110010011000010111001100101110

SECCIÓN 3 – *Crucigrama*

Las palabras del siguiente crucigrama tienen relación con los temas vistos en esta unidad.



HORIZONTALES

2 Es el “cerebro” de la computadora, realiza las operaciones indicadas en su programa y controla el resto del sistema.
4 Es el tipo de memoria que puede ser leída y modificada pero se borra al apagar la computadora.
6 Almacena las instrucciones y los datos necesarios para realizar operaciones.
9 Es la solución computacional a un modelo matemático, por lo general complejo.
10 Es el sistema aritmético más empleado por la humanidad.
11 Es la mínima unidad de información que puede manejar la computadora.
13 Fue una de las primeras computadoras, construida entre 1943 y 1946.
14 Es una secuencia de instrucciones para que la computadora las lleve a cabo.
15 Es la base del sistema binario.
16 Es una secuencia de caracteres que no se interpretan aritméticamente como un número.
17 También se llama “de punto flotante”, es el tipo de datos que puede representar números con parte fraccionaria.
18 Es un estándar moderno que es capaz de representar muchos símbolos, incluyendo los usados en otros idiomas.

VERTICALES

1 Es una unidad de información básica en una computadora, formado por 8 bits.
3 Son los dispositivos que permiten a la computadora “comunicarse” con el exterior.
5 Estándar que define el equivalente numérico de caracteres de texto (letras y otros símbolos).
6 Es una representación de un fenómeno real, empleando ecuaciones y otros formalismos científicos.
7 Sistema numérico que sólo tiene dos cifras, 0 y 1.
8 Tipo de memoria que sólo puede leerse pero no modificarse, y no se borra al apagar la computadora.
11 Tipo de datos en el que sólo existen dos posibles valores, verdadero o falso.
12 Tipo de memoria que puede ser leída o modificada, pero no se pierde al apagar la computadora.
13 Es el tipo de datos que representa un cierto intervalo de números enteros.

SECCIÓN 4 – *¿Cuántos bytes en un texto?*

A continuación se muestra el primer párrafo de "El Ingenioso Hidalgo Don Quijote de la Mancha", de Miguel de Cervantes Saavedra. Contar cuántos caracteres (letras, símbolos de puntuación, espacios) tiene este párrafo. Sugerencia: contar renglón por renglón y sumar para obtener el total.

En un lugar de la Mancha, de cuyo nombre no quiero acordarme, no ha mucho tiempo que vivía un hidalgo de los de lanza en astillero, adarga antigua, rocín flaco y galgo corredor. Una olla de algo más vaca que carnero, salpicón las más noches, duelos y quebrantos los sábados, lantejas los viernes, algún palomino de añadidura los domingos, consumían las tres partes de su hacienda. El resto della concluían sayo de velarte, calzas de velludo para las fiestas, con sus pantuflos de lo mesmo, y los días de entresemana se honraba con su vellorí de lo más fino. Tenía en su casa una ama que pasaba de los cuarenta, y una sobrina que no llegaba a los veinte, y un mozo de campo y plaza, que así ensillaba el rocín como tomaba la podadera. Frisaba la edad de nuestro hidalgo con los cincuenta años; era de complexión recia, seco de carnes, enjuto de rostro, gran madrugador y amigo de la caza. Quieren decir que tenía el sobrenombre de Quijada, o Quesada, que en esto hay alguna diferencia en los autores que deste caso escriben; aunque, por conjeturas verosímiles, se deja entender que se llamaba Quejana. Pero esto importa poco a nuestro cuento; basta que en la narración dél no se salga un punto de la verdad.

ANOTAR AQUÍ EL TOTAL DE CARACTERES EN ESTE PÁRRAFO:

El párrafo anterior tiene 217 palabras. Una fuente cita que "El Quijote" consta de 381,104 palabras (la cifra exacta varía según la edición y quién la reporte). Asumiendo que el párrafo anterior es una muestra representativa, y que cada caracter necesita 1 byte para su representación, estimar cuántos bytes representa "El Quijote":

SU RESPUESTA: "El Quijote" consta de aproximadamente ____________________________ bytes, es decir, ___________ Mb.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos

BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica

Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 3

(6 puntos)

OPERADORES

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Practicar el uso de operadores aritméticos, de comparación y lógicos, y el orden de precedencia en el que se aplican.

SECCIÓN 1 – *Operadores aritméticos*

Evaluar cada expresión, realizando las operaciones **paso a paso** de acuerdo al orden de prioridad de los operadores aritméticos en Scilab. Se muestra uno de los casos resueltos como ejemplo

1 - 2 * 3 / 4 + 5	**5 + (4 – 3) / 2 * 1** 5 + 1 / 2 * 1 5 + 0.5 * 1 5 + 0.5 5.5
6 * 3 / 2 * 5	**(6 * 3) / (2 * 5)**
8 ^ (1 / 3) – 1	**8 ^ 1 / (3 – 1)**
(2 + 1) * 3 + 4 * (2 ^ 2 - 1)	**1 / 3 * 3 ^ 3 + 1**

SECCIÓN 2 – *Operadores de comparación y operadores lógicos*

Determinar si cada una de las expresiones booleanas siguientes da un resultado verdadero (**V**) o falso (**F**), considerando que los valores de las variables son `w = 3`, `x = 1`, `y = 4`, `z = -2`. Se muestra uno de los casos resueltos como ejemplo.

`x > 1`	`x >= 1`

`z < x`	`y == w + x`
	`4 == 3 + 1`
	`4 == 4`
	V

`~(x <> (y - w))`	`(2 * x - z) == y`
`(w > 0) | (z > 0)`	`(w > 0) & (z > 0)`
`((x + y) == (w - z)) & (4 * x <= y)`	

SECCIÓN 3 – *Cuatro cuatros*

En el libro **"El Hombre que Calculaba"** (publicado en 1938 por el brasileño Júlio César de Mello Souza, bajo el pseudónimo de **Malba Tahan**), se menciona el problema de los "cuatro cuatros". Beremiz (el hombre que calculaba) y su acompañante se encuentran en una tienda donde todo cuesta cuatro dinares, lo que lleva a Beremiz a mencionar que **"empleando cuatro cuatros podemos formar un número cualquiera…"**

En cada una de las expresiones siguientes, hay recuadros donde se puede agregar **uno de los operadores aritméticos** (suma, resta, multiplicación, división o potencia), de manera que al realizar las operaciones según el **orden de prioridad** de los operadores aritméticos en Scilab, el resultado sea el número entero mostrado a la derecha. No se puede agregar o eliminar paréntesis. Algunos casos tienen más de una solución. Se muestra uno de los casos resueltos como ejemplo.

4 □ (4 □ 4) □ 4 = 0

(4 □ 4) □ (4 □ 4) = 1

4 □ 4 □ 4 □ 4 = 2

4 □ 4 □ (4 □ 4) = 3

4 □ 4 □ (4 □ 4) = 4

4 □ 4 □ (4 □ 4) = 5

4 □ (4 □ 4) □ 4 = 6

4 $\boxed{+}$ 4 $\boxed{-}$ 4 $\boxed{/}$ 4 = 7

4 □ 4 □ 4 □ 4 = 8

4 □ 4 □ 4 □ 4 = 9

Evidencias entregables

La evidencia de esta actividad consiste en este documento respondido (las respuestas de las secciones 1 y 2 deben ser detalladas paso a paso). Sólo un integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.

ACTIVIDAD 4
(6 puntos)

ALGORITMOS

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Familiarizarse con el concepto de algoritmo y la simbología usada en los diagramas de flujo de programación.

Indicaciones

1. Empleando la hoja de trabajo anexa, establecer el algoritmo para llegar a un lugar en la zona norte del ITD y probar el algoritmo de uno de los otros equipos.
2. Realizar una investigación bibliográfica acerca de qué es un algoritmo y qué es un pseudo-código. Incluir al menos un ejemplo de cada uno de estos dos conceptos.
3. Realizar una investigación bibliográfica de qué es un diagrama de flujo, y la simbología utilizada en los diagramas de flujo. Como mínimo, incluir los símbolos de inicio, fin, proceso, entrada de información y decisión.
4. Ver el video titulado **"Exact Instructions Challenge - THIS is why my kids hate me"**, por Josh Darnit, (`https://www.youtube.com/watch?v=cDA3_5982h8&t=37s`) y discutir la importancia de dar indicaciones muy claras y específicas, tomando en cuenta que una computadora lleva a cabo **exactamente** las instrucciones que un programa le especifique.

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad lleva esta hoja de instrucciones cumpliendo las funciones de portada. La extensión máxima recomendada es de 8 páginas, distribuidas aproximadamente de la siguiente forma: hoja de trabajo del recorrido a un lugar en el ITD, investigación sobre algoritmos y pseudo-código (2 páginas), investigación sobre diagramas de flujo (2 páginas), discusión del video "Exact Instructions Challenge" (1 página, y pueden recomendar videos similares), y las conclusiones individuales de la actividad (1 página).

QUIENES ELABORARON EL ALGORITMO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO TRES)	**NÚMERO DE CONTROL**

a) Seleccionar un lugar en la zona norte del ITD. **No lo anoten en esta hoja.** Es importante que no den a conocer el lugar que seleccionaron a los otros equipos.

b) Iniciando desde el lugar indicado por el docente, realizar el recorrido hasta su objetivo, anotando en la hoja de trabajo una **lista numerada de todas las acciones necesarias** para llegar a ese lugar.

c) Regresar al punto de partida, donde recibirán la hoja de trabajo de otro equipo, y deberán realizar el recorrido siguiendo al pie de la letra las instrucciones. Anotar el lugar al cual llegaron, y si tuvieron dificultades para llegar.

d) Regresar de nuevo al punto de partida y comparar el lugar al que llegaron con el lugar objetivo, para determinar si el algoritmo para llegar ahí estuvo correctamente especificado.

ALGORITMO PARA LLEGAR A UN LUGAR EN LA ZONA NORTE DEL ITD (NO ANOTAR A CUÁL LUGAR):
(si necesitan espacio adicional, usar el reverso de la hoja)

QUIENES PROBARON EL ALGORITMO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO TRES)	**NÚMERO DE CONTROL**

LUGAR AL QUE LLEGARON: ____________________

DIFICULTADES O COMENTARIOS:

ACTIVIDAD 5

(6 puntos)

CASO DE ESTUDIO: CRIBA DE ERATÓSTENES

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Aplicar ciclos y estructuras de decisión para obtener una serie de números primos mediante el procedimiento conocido como “criba de Eratóstenes”.

Antecedentes

Un número primo es aquél que sólo tienen dos divisores: el 1 y él mismo. Un número que tiene más de dos divisores se denomina compuesto. Por ejemplo, el 4 es compuesto porque es divisible entre 1, 2 y 4; pero el 7 sí es primo, porque sólo es divisible entre 1 y 7.

En la **criba de Eratóstenes**, se comienza con una tabla con los números naturales, comenzando desde el 1, hasta el número que se desee. En esta tabla se van a ir tachando todos los números que no sean primos. En primera instancia, se tacha el 1 (no se considera primo, porque sólo tiene un divisor). Luego, el 2 es primo, y se procede a tachar todos los múltiplos de 2. El siguiente número que no está tachado es el 3, que es primo, y se tachan todos los múltiplos de 3. Luego, el siguiente número no tachado es el 5, que es primo, y se tachan todos los múltiplos de 5, y así sucesivamente.

El nombre “criba” viene del hecho de que la tabla es similar a un tamiz, donde van a quedar retenidos los números primos, mientras que todos los números compuestos van cayendo.

Indicaciones

1. Practicar “a mano” la criba de Eratóstenes empleando una tabla con los números del 1 al 100 y del 1 al 500 para familiarizarse con el procedimiento.
2. Plantear el procedimiento de la criba de Eratóstenes como pseudocódigo, lo más detallado posible.
3. Escribir un programa en Scilab para encontrar los números primos hasta el número N indicado por el usuario. El programa debe comenzar con un vector columna con los números enteros de 1 a N, utilizar ciclos `for` anidados para implementar la criba de Eratóstenes (donde “tachar” un número será asignar `0` en su posición en el vector), y reportar los números primos. Como corridas de prueba, tomar $N = 100$ y $N = 500$, y comparar con sus tablas del paso 1.

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad lleva esta hoja de instrucciones como portada, luego las dos cribas resueltas a mano (para 100 y 500), el pseudocódigo, el código de su programa, las corridas de prueba para $N = 100$ y $N = 500$ y, finalmente, las conclusiones individuales respecto a la actividad.

Criba de Eratóstenes

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Criba de Eratóstenes

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200
201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	211	212	213	214	215	216	217	218	219	220
221	222	223	224	225	226	227	228	229	230	231	232	233	234	235	236	237	238	239	240
241	242	243	244	245	246	247	248	249	250	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260
261	262	263	264	265	266	267	268	269	270	271	272	273	274	275	276	277	278	279	280
281	282	283	284	285	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300
301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320
321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340
341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360
361	362	363	364	365	366	367	368	369	370	371	372	373	374	375	376	377	378	379	380
381	382	383	384	385	386	387	388	389	390	391	392	393	394	395	396	397	398	399	400
401	402	403	404	405	406	407	408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420
421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440
441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	454	455	456	457	458	459	460
461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480
481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500

ACTIVIDAD 6

(4 puntos)

COMPARACIÓN DE LENGUAJES DE PROGRAMACIÓN

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Apreciar las diferencias y similitudes que hay entre varios lenguajes de programación.

Antecedentes

En clase se han visto algunos aspectos de programación en el lenguaje Scilab. Prácticamente todos los lenguajes de programación implementan estas características, pero frecuentemente de una forma diferente.

Indicaciones

1. Seleccionar al menos tres lenguajes de programación (distintos a Scilab). Ejemplos de lenguajes que pueden elegir son C, C++, Java, Visual Basic, Fortran, Python, etcétera.
2. Investigar los operadores para los lenguajes de programación elegidos en el paso 1. Elaborar una tabla en la que presenten los operadores que tengan la misma función, cada lenguaje en una columna, donde la primera columna debe ser los operadores de Scilab. Por ejemplo:

Operador	Scilab	VB	C++	Fortran
"y" lógico	**&**	**And**	**&&**	**`.AND.`**

   La tabla debe incluir, como mínimo, todos los operadores que se mencionaron en las diapositivas: **operadores aritméticos** (suma, resta, multiplicación, división, potencia), **operadores de comparación** (igual a, diferente de, menor que, mayor que, menor o igual que, mayor o igual que) y **operadores lógicos** ("y" lógico, "o" lógico, "no" logico).
3. De los lenguajes que investigaron en el paso 1, seleccionar **uno** de esos lenguajes y buscar ejemplos de programas donde se usen las estructuras estudiadas en esta unidad: estructuras de decisión (que en Scilab serían **`if`** y **`select`**) y estructuras de repetición (que en Scilab serían **`for`** y **`while`**). Estos ejemplos no necesitan ser programas completos, bastan fragmentos que muestren la estructura en cuestión.

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad lleva esta página de instrucciones cumpliendo las funciones de portada. A continuación debe llevar la tabla de los operadores (aritméticos, de comparación y lógicos), seguida de los programas ejemplo de las estructuras de decisión y repetición en el lenguaje que seleccionaron (indicar claramente cuál lenguaje es). Finalmente incluir sus conclusiones individuales respecto a las similitudes y diferencias entre los lenguajes de programación investigados.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos

BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica

Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 7

(8 puntos)

ERROR NUMÉRICO

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

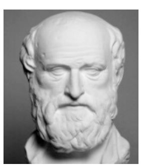
Intención didáctica

Reconocer la diferencia entre el error absoluto y el error relativo para una medición dada. Demostrar los dos tipos de error numérico (error de truncamiento y error de redondeo).

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad se elabora directamente en este documento, respondiendo las preguntas del cuestionario. Alternativamente, pueden plantear sus respuestas en hojas aparte, indicando claramente a qué sección corresponden. Anexar también, cuando sea el caso, los programas en Scilab y las corridas realizadas. Una vez completada la evidencia de la actividad, sólo integrante del equipo debe efectuar su entrega a través de Google Classroom.

Sección 1 – Error absoluto y error relativo (2 puntos)



Eratóstenes (276 a.C. – 194 a.C.) fue un astrónomo, geógrafo y matemático griego. Se le considera el primero en determinar la circunferencia de la Tierra, aprovechando la inclinación del eje terrestre y la geometría de las sombras proyectadas por columnas en dos lugares diferentes. Una explicación de esta medición fue presentada por Carl Sagan en su serie original **Cosmos**.

https://tinyurl.com/4vb7eutk

Debido al uso de unidades de medida no estandarizadas en la época, hay ciertas dudas respecto al valor real que obtuvo Eratóstenes, pero una de las estimaciones es 39614 km. Calcular el error absoluto y el error relativo (porcentual) de la medición efectuada por Eratóstenes, considerando que el valor verdadero de la circunferencia circumpolar de la Tierra es 40800 km.

CÁLCULO Y RESULTADO PARA EL **ERROR ABSOLUTO**:

CÁLCULO Y RESULTADO PARA EL **ERROR RELATIVO PORCENTUAL**:

Sección 2 – Error de truncamiento (3 puntos)

La serie de Taylor para e^x, evaluada alrededor del origen, es:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots \qquad \text{o bien} \qquad e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Esta serie infinita se puede truncar después de un cierto número de términos:

$$e^x \approx 1 \qquad \text{(truncada a un término)}$$
$$e^x \approx 1 + x \qquad \text{(truncada a dos términos)}$$
$$e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2!} \qquad \text{(truncada a tres términos)}$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

Para cada uno de los renglones de la tabla, calcular el valor de la serie para $x = 0.47$ empleando el número de términos indicados (los dos primeros renglones ya vienen resueltos como ejemplo). Calcular también el error absoluto y el error relativo porcentual, tomando en cuenta que el valor verdadero de $e^{0.47}$ es 1.599994193.

Pueden hacerlo mediante Scilab (anexar su programa) o a mano y calculadora (anexar sus sustituciones y cálculos).

términos	**valor calculado**	**error absoluto**	**error relativo porcentual**
1	1	0.599994193	37.50%
2	1.47	0.129994193	8.12%
3			
4			
5			
6			
7			

¿Cómo se comporta el error cuando se toman más términos en la serie?

RESPUESTA:

Sección 3 – Error de redondeo (3 puntos)

Considere la función:

$$f(x) = \frac{(x+1)-1}{x}$$

Se puede demostrar con facilidad que esta función debería tener el valor de 1 para cualquier valor de x. Sin embargo, debido al error de redondeo en la computadora, esto no siempre es cierto. Para cada valor de x de la tabla, calcular el valor de $f(x)$ empleando Scilab y calcular el error relativo porcentual (puede ser calculado en su programa o calcularlo ustedes aparte).

x	**valor calculado**	**error relativo porcentual**
10^{-2}		
10^{-4}		
10^{-6}		
10^{-8}		
10^{-10}		
10^{-12}		
10^{-14}		
10^{-16}		
10^{-18}		

¿Cómo se comporta el error conforme el valor de x es cada vez más pequeño?

RESPUESTA:

Sección 4 – Conclusiones (2 puntos)

Individualmente, enunciar sus conclusiones respecto al desarrollo de esta actividad.

ACTIVIDAD 8
(8 puntos)

SOLUCIÓN DE UNA ECUACIÓN CÚBICA DE ESTADO

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Resolver una ecuación cúbica de estado mediante métodos numéricos.

Antecedentes

Una ecuación de estado es una relación entre la temperatura T, la presión P y el volumen específico v de un gas. La ecuación de estado más elemental es la ecuación de gas ideal, $Pv = RT$, donde R es la constante universal de los gases, cuyo valor depende de las unidades empleadas en las otras variables de la ecuación. Es bien sabido que la ecuación de gas ideal sólo representa adecuadamente a un gas cuando la presión es suficientemente baja o la temperatura es suficientemente alta, cuando el gas tiene un "comportamiento ideal".

Por esta razón, se han desarrollado diversas ecuaciones que puedan representar el comportamiento real de un gas. Una de las más conocidas es la ecuación de van der Waals:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

donde a y b se pueden estimar con base en las propiedades del punto crítico: $a = \dfrac{27R^2{T_c}^2}{64P_c}$ $\qquad b = \dfrac{RT_c}{8P_c}$

La ecuación de van der Waals se puede resolver fácilmente para la temperatura o la presión, pues es lineal para estas dos variables, pero es mucho más difícil emplearla para calcular el volumen porque es no lineal para dicha variable.

Indicaciones

1. Demostrar que la ecuación de van der Waals se puede reacomodar como un polinomio cúbico en v, para tener:

$$Pv^3 - (Pb + RT)v^2 + av - ab = 0$$

2. Resolver esta ecuación (usando Scilab o por cálculo manual) para el etileno C_2H_4 (T_c = 282.34 K, P_c = 49.75 atm) cuando se encuentra a 300 K y 150 atm. Sugerencia: usar el método de Newton-Raphson, tomando como valor inicial el predicho por la ecuación de gas ideal, y una tolerancia en el error relativo de 1×10^{-3}.

RESULTADO: 0.09715 L/mol

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad lleva esta hoja de instrucciones como portada, su desarrollo del método numérico y sus conclusiones individuales sobre la importancia de la solución de ecuaciones de estado no lineales.

ACTIVIDAD 9

(6 puntos)

ANÁLISIS DE UNA ARMADURA POR EL MÉTODO DE LOS NODOS

SOLUCIÓN DE UN SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Obtener y resolver un sistema de ecuaciones lineales que represente un sistema físico real.

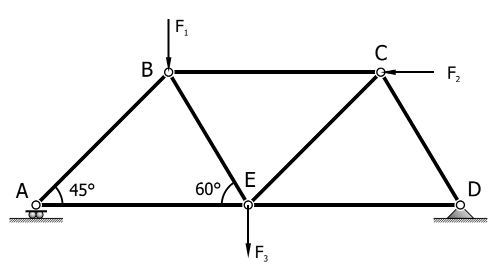
Antecedentes

Una armadura es una estructura utilizada para soportar algún peso (por ejemplo, un techo o en un puente) que está formada por varios elementos lineales (miembros) unidos entre sí (nodos), formando triángulos o pirámides. Dependiendo de la construcción de la armadura y de las cargas aplicadas, los miembros pueden estar sujetos a fuerzas de tensión o de compresión.

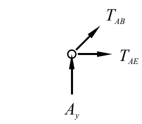
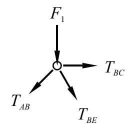
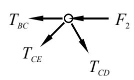
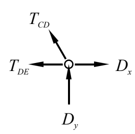
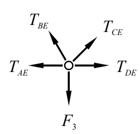
En el análisis de una armadura, es importante determinar la fuerza a la cual está sujeto cada miembro, para asegurar que no se supere el límite de esfuerzo del material y que la estructura no vaya a colapsar.Hay diversos métodos para calcular las fuerzas en cada miembro de la armadura. En el método de los nodos, se realizan sumas de fuerzas en x y en y para cada uno de los nodos, a fin de encontrar las ecuaciones que relacionan las tensiones en los miembros y las reacciones en los apoyos.

Planteamiento

Para la armadura de la figura, el análisis por el método de los nodos da origen a un sistema de diez ecuaciones con diez incógnitas (suma de fuerzas en x y en y para cada uno de los cinco nodos), como se muestra a continuación:



$F_1 = 300$ N
$F_2 = 500$ N
$F_3 = 100$ N

Nodo A		$\sum F_{x@A} = 0$	$\rightarrow \quad T_{AB}\cos 45° + T_{AE} = 0$
		$\sum F_{y@A} = 0$	$\rightarrow \quad T_{AB}\,\text{sen}\,45° + A_y = 0$
Nodo B		$\sum F_{x@B} = 0$	$\rightarrow \quad -T_{AB}\cos 45° + T_{BC} + T_{BE}\cos 60° = 0$
		$\sum F_{y@B} = 0$	$\rightarrow \quad -T_{AB}\,\text{sen}\,45° - T_{BE}\,\text{sen}\,60° - F_1 = 0$
Nodo C		$\sum F_{x@C} = 0$	$\rightarrow \quad -T_{BC} + T_{CD}\cos 60° - T_{CE}\cos 45° - F_2 = 0$
		$\sum F_{y@C} = 0$	$\rightarrow \quad -T_{CD}\,\text{sen}\,60° - T_{CE}\,\text{sen}\,45° = 0$
Nodo D		$\sum F_{x@D} = 0$	$\rightarrow \quad -T_{CD}\cos 60° - T_{DE} + D_x = 0$
		$\sum F_{y@D} = 0$	$\rightarrow \quad T_{CD}\,\text{sen}\,60° + D_y = 0$
Nodo E		$\sum F_{x@E} = 0$	$\rightarrow \quad -T_{AE} - T_{BE}\cos 60° + T_{CE}\cos 45° + T_{DE} = 0$
		$\sum F_{y@E} = 0$	$\rightarrow \quad T_{BE}\,\text{sen}\,60° + T_{CE}\,\text{sen}\,45° - F_3 = 0$

Esto da origen al siguiente sistema de 10 ecuaciones lineales con 10 incógnitas, expresado de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \cos 45° & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sen}\,45° & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\cos 45° & 0 & 1 & \cos 60° & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{sen}\,45° & 0 & 0 & -\text{sen}\,60° & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \cos 60° & -\cos 45° & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\text{sen}\,60° & -\text{sen}\,45° & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos 60° & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \text{sen}\,60° & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -\cos 60° & 0 & \cos 45° & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{sen}\,60° & 0 & \text{sen}\,45° & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{AB} \\ T_{AE} \\ T_{BC} \\ T_{BE} \\ T_{CD} \\ T_{CE} \\ T_{DE} \\ A_y \\ D_x \\ D_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 300 \\ 500 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \end{bmatrix}$$

RESULTADO: $T_{AB} = -584.6$ N, $T_{AE} = 413.4$ N, $T_{BC} = -478.9$ N, $T_{BE} = 130.9$ N, $T_{CD} = 15.47$ N, $T_{CE} = -18.95$ N, $T_{DE} = 492.3$ N, $A_y = 413.4$ N, $D_x = 500.0$ N, $D_y = -13.4$ N

Indicaciones

1. Resolver el sistema de ecuaciones por **al menos dos métodos de los vistos en la unidad**. Su solución puede ser a mano, mediante programa en Scilab o usando Excel.

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad lleva este documento como portada. A continuación, presentar las evidencias de sus dos soluciones, indicando claramente cuál de los métodos del curso están aplicando. Finalmente, plantear sus conclusiones individuales de la actividad.

ACTIVIDAD 10

(8 puntos)

REGRESIÓN POLINOMIAL

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Familiarizarse con la regresión polinomial, aplicando los conceptos de programación vistos a lo largo del curso, para entender cómo se puede realizar este tipo de regresión en un programa en Scilab.

Antecedentes

La regresión polinomial por mínimos cuadrados es una técnica para ajustar un polinomio de grado p del tipo:

$$y = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_p x^p \tag{1}$$

a un conjunto de n pares de datos (x, y). Este tipo de regresión, también llamada regresión curvilínea, es de hecho un caso especial de la regresión lineal múltiple, dado que los coeficientes b_0 a b_p aparecen como una combinación lineal (es decir, en una serie de términos elevados a la primera potencia).

Una de las maneras de encontrar los coeficientes que minimicen la suma de los errores al cuadrado (el criterio de mínimos cuadrados) es por medio de las llamadas "ecuaciones normales", en las que se form una sistema de $p+1$ ecuaciones, donde las $p+1$ incógnitas son los coeficientes b_0 a b_p buscados:

$$\begin{bmatrix} n & \sum x_i & \sum x_i^2 & \cdots & \sum x_i^p \\ \sum x_i & \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \cdots & \sum x_i^{p+1} \\ \sum x_i^2 & \sum x_i^3 & \sum x_i^4 & \cdots & \sum x_i^{p+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x_i^p & \sum x_i^{p+1} & \sum x_i^{p+2} & \cdots & \sum x_i^{2p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum x_i^2 y_i \\ \vdots \\ \sum x_i^p y_i \end{bmatrix} \tag{2}$$

Este sistema puede expresarse en forma matricial como $\mathbf{Ab} = \mathbf{c}$, y las sumatorias son desde $i = 1$ hasta n

Indicaciones

1. Realizar una investigación bibliográfica acerca de la regresión polinomial, especialmente sobre la deducción de las ecuaciones normales (ecuación 2 de la sección de antecedentes en este documento).
2. Utilizar el programa en Scilab mostrado en la siguiente página para resolver el ejercicio adjunto.
3. Responder el cuestionario adjunto.

Programa para regresión polinomial en Scilab

(los números de línea son sólo de referencia)

```
// Regresión polinomial - ajusta un polinomio de grado p a
// un conjunto de n datos y grafica los datos y el polinomio
clear
disp("Regresión polinomial");
n=input("Número de datos? n=");
x=zeros(n,1);
y=zeros(x);
disp ("Introduzca los datos:");
for i=1:n
    x(i)=input("x"+string(i)+"=");
    y(i)=input("y"+string(i)+"=");
end

p=input("Grado del polinomio? p=");
if p>n-1 then
    disp("p no puede ser mayor que "+string(n-1))
    abort
end

a=zeros(1,2*p+1);
a(1)=n;
for i=1:2*p
    a(i+1)=sum(x.^i);
end

A=zeros(p+1,p+1);
for i=1:p+1
    A(i,:)=a(i:i+p);
end

c=zeros(p+1,1);
c(1)=sum(y);
for i=1:p
    c(i+1)=sum((x.^i).*y);
end

b=A\c;

for i=0:p
    disp("Coeficiente de x^"+string(i)+" = "+string(b(i+1)))
end

clf
title("Regresión polinomial de grado "+string(p))
xlabel("x")
ylabel("y")
plot(x,y,"bo")
xe=linspace(min(x),max(x),250);
ye=zeros(xe);
for i=0:p
    ye=ye+b(i+1)*xe.^i;
end
plot(xe,ye,"r-")
```

ACTIVIDAD 10

(8 puntos)

Ejercicio

Para los datos mostrados a continuación, aplicar regresión polinomial por mínimos cuadrados (**A**) de segundo grado y (**B**) de cuarto grado. Reportar los polinomios con los coeficientes redondeados a cinco cifras significativas. Graficar también los datos junto con el polinomio de regresión para ambos casos.

x	2.87	6.84	0.23	5.36	2.29	4.15	7.00	6.36	1.01	5.51
y	21.4	−7.64	5.64	16.2	17.0	24.6	−12.5	0.78	7.83	14.7

Datos adaptados de Carnahan (1969) "Applied Numerical Methods", John Wiley & Sons.

RESPUESTAS: $y = -2.4429 + 15.892x - 2.4174x^2$

$y = 6.3383 - 4.3041x + 6.9914x^2 - 1.4981x^3 + 0.076257x^4$

Cuestionario

1. En las línea 7 del programa, ¿qué significa **`zeros(x)`**? (pista: comparar con la línea 6).
2. Explicar por qué se necesita el **`if`** de las lineas 15 – 18.
3. Las variables **a** y **c**, definidas en las líneas 20 y 31, respectivamente, ¿son vectores renglón o vectores columna?
4. En la línea 28, ¿qué significan los dos puntos en **`A(i,:)`**?
5. En la línea 34, ¿por qué hay un punto antes del asterisco, en la multiplicación por **y**?
6. ¿Qué hace la instrucción de la línea 37?
7. En las líneas 47 y 53, ¿qué significan **`"bo"`** y **`"r-"`**?
8. Explicar qué hace el ciclo de las líneas 50 – 52.

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad lleva este documento como portada, seguido de su investigación documental (máximo dos páginas), las corridas del ejercicio (no es necesario incluir el código, pues ya está en este documento) y la gráfica para ambos casos, las respuestas al cuestionario y sus conclusiones individuales sobre la actividad.

APROXIMACIÓN NUMÉRICA DE LA DERIVADA

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Poner en práctica algunas aproximaciones numéricas de la derivada, para datos experimentales y para una función matemática.

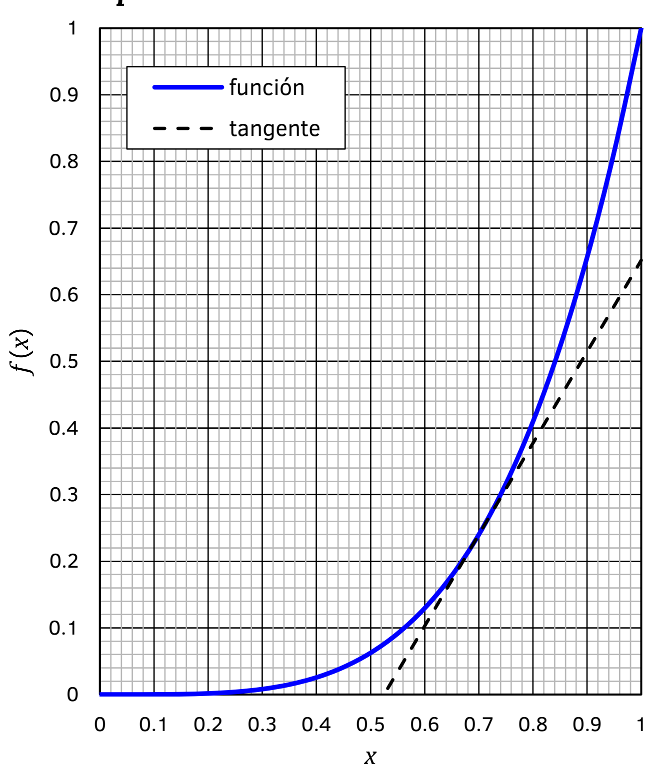
Evidencias Entregables

El reporte de esta actividad lleva este documento respondido como portada, seguido de las evidencias correspondientes de las secciones 2 y 3, y sus conclusiones individuales de la actividad. Anexar también, si es el caso, los programas en Scilab y las corridas realizadas.

Sección 1 – Comparando diferentes aproximaciones de la primera derivada.

A la derecha se muestra la gráfica de la función $f(x) = x^4$. También se muestra la recta tangente a la función en $x_0 = 0.7$. Con un tamaño de paso de $h = 0.3$ completar la tabla siguiente:

k	$x_k = x_0 + kh$	$y_k = f(x_k)$
$k = -1$	$x_{-1} =$	$y_{-1} =$
$k = 0$	$x_0 = 0.7$	$y_0 = 0.2401$
$k = 1$	$x_1 =$	$y_1 =$



En la gráfica, trazar con colores diferentes las siguientes tres líneas:

1. del punto (x_{-1}, y_{-1}) al punto (x_0, y_0).
2. del punto (x_0, y_0) al punto (x_1, y_1).
3. del punto (x_{-1}, y_{-1}) al punto (x_1, y_1).

¿Cuál de las tres líneas tiene inclinación más parecida a la de la recta tangente en la gráfica?

RESPUESTA: ____________________

Empleando los valores de la tabla de la página anterior, calcular la derivada numérica de la función $f(x) = x^4$ para $x_0 = 0.7$ con tamaño de paso $h = 0.3$ usando las tres diferentes aproximaciones indicadas en la tabla. Para cada caso, calcular el error relativo porcentual, sabiendo que el valor verdadero de la derivada en ese punto es 1.372.

diferencia finita	fórmula	sustitución	resultado	error relativo
hacia atrás de primer orden	$\frac{y_0 - y_{-1}}{h}$			
hacia adelante de primer orden	$\frac{y_1 - y_0}{h}$			
central de segundo orden	$\frac{y_1 - y_{-1}}{2h}$			

Cada una de estas aproximaciones corresponde a una de las líneas trazadas en la gráfica de la página anterior. ¿Cuál aproximación tiene menor error relativo? ¿Concuerda con la pregunta planteada al final de la página anterior?

Sección 2 – Comparación entre aproximaciones de diferente orden.

Dada la función $f(x) = xe^{-2x}\cos(3x)$, estimar la primera derivada $f'(x)$ para $x = 1.2$ con el tamaño de paso h indicado en la tabla, empleando (**A**) la aproximación hacia adelante de primer orden, y (**B**) la aproximación hacia adelante de segundo orden. Calcular también el error relativo porcentual, considerando que el valor verdadero de $f'(1.2)$ es 0.2584133. **Comentar en qué caso se reduce el error más rápidamente y por qué.**

	aproximación de orden $\mathcal{O}(h)$		aproximación de orden $\mathcal{O}(h^2)$	
	valor calculado de f'	error relativo %	valor calculado de f'	error relativo %
$h = 0.1$	0.2752964	6.53%	0.2711698	4.94%
$h = 0.01$				
$h = 0.001$				
$h = 0.0001$				

Esta sección puede ser resuelta mediante un **programa en Scilab** o a **“mano y calculadora”**.

Sección 3 – Aplicación de la derivada numérica empleando datos experimentales.

El coeficiente de expansión térmica β (expresado en K^{-1}) es un parámetro importante en el análisis de la transferencia de calor por convección libre, y se puede definir como:

$$\beta = \frac{1}{v}\left(\frac{dv}{dT}\right) \qquad \text{(a presión constante)}$$

donde v es el volumen específico (m^3/kg) y la temperatura puede expresarse en °C o en K, ya que sólo aparece como diferencial. Se tienen los siguientes datos para el volumen específico del agua de mar, a varias temperaturas y 1 atm:

T (°C)	0	5	10	15	20	25	30
v (m^3/kg)	1000.158	1000.033	1000.298	1000.899	1001.796	1002.961	1004.369

Perry y Green (2003) "Manual del Ingeniero Químico". McGraw-Hill, 7ª edición.

Con base en estos datos, estimar (con cuatro cifras significativas) el valor de β para el agua de mar a 20 °C **por cálculo manual**, usando: (**A**) la fórmula de diferencia finita hacia adelante de primer orden, (**B**) la fórmula de diferencia finita hacia atrás de primer orden, (**C**) la fórmula de diferencia finita central de segundo orden, y (**D**) la fórmula de diferencia finita central de cuarto orden. En cada caso, calcular el error relativo porcentual, si el valor verdadero del coeficiente de expansión térmica del agua de mar a 20 °C y 1 atm es 2.072×10^{-4} K^{-1}.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Programación y Métodos Numéricos

BFQ1020 ★ Ingeniería Bioquímica

Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 12

(10 puntos)

ERROR NUMÉRICO EN LA SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Reforzar el concepto de error de truncamiento, en relación a la solución numérica de una ecuación diferencial ordinaria.

Antecedentes

Una de las ecuaciones diferenciales ordinarias más simples es:

$$\frac{dy}{dt} = 2y \qquad \text{sujeta a } \; y(0) = 1 \tag{1}$$

cuya solución particular es:

$$y = e^{2t} \tag{2}$$

La ecuación (1) es de particular interés en métodos numéricos, porque permite realizar un análisis directo del error numérico cuando es resuelta aplicando diferentes algoritmos.

En general, una ecuación diferencial ordinaria de primer orden puede escribirse en la forma general:

$$y' = f(t, y) \tag{3}$$

de donde se puede ver que para la ecuación (1), $f(t, y) = 2y$.

Uno de los métodos más elementales para resolver numéricamente una ecuación diferencial de primer orden es el método de Euler:

$$y_n = y_{n-1} + hf(t_{n-1}, y_{n-1}) \tag{4}$$

donde h es el “tamaño de paso”. En este tipo de métodos, la variable independiente t va aumentando, desde un valor inicial t_0 (generalmente cero), en incrementos iguales al tamaño de paso:

$$t_n = t_{n-1} + h \tag{5}$$

hasta un valor final t_f .

Sección 1 – Efecto del tamaño de paso en el error de truncamiento

Aplicar el método de Euler para resolver la ecuación diferencial $y' = 2y$, desde $t = 0$ hasta $t = 1$, con el valor inicial $y_0 = 1$, utilizando el valor de h indicado en cada tabla. En la última tabla, anotar el valor final de las cuatro tablas y calcular el error relativo respecto al valor verdadero de e^2, que es **7.389056099** (la tabla 1.3 viene resuelta como guía).

Tabla 1.1 Solución por el método de Euler para $h = 1$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$		$y_1 =$

Tabla 1.2 Solución por el método de Euler para $h = 0.5$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$		$y_1 =$
$n = 2$	$t_1 =$	$y_1 =$		$y_2 =$

Tabla 1.3 Solución por el método de Euler para $h = 0.25$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$	2	$y_1 = 1.5$
$n = 2$	$t_1 = 0.25$	$y_1 = 1.5$	3	$y_2 = 2.25$
$n = 3$	$t_2 = 0.50$	$y_2 = 2.25$	4.5	$y_3 = 3.375$
$n = 4$	$t_3 = 0.75$	$y_3 = 3.375$	6.75	$y_4 = 5.0625$

Tabla 1.4 Solución por el método de Euler para $h = 0.125$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$		$y_1 =$
$n = 2$	$t_1 =$	$y_1 =$		$y_2 =$
$n = 3$	$t_2 =$	$y_2 =$		$y_3 =$
$n = 4$	$t_3 =$	$y_3 =$		$y_4 =$
$n = 5$	$t_4 =$	$y_4 =$		$y_5 =$
$n = 6$	$t_5 =$	$y_5 =$		$y_6 =$
$n = 7$	$t_6 =$	$y_6 =$		$y_7 =$
$n = 8$	$t_7 =$	$y_7 =$		$y_8 =$

Tabla 1.5 Solución por el método de Euler para $h = 0.0625$

paso	t_{n-1}	y_{n-1}	$f(t_{n-1}, y_{n-1})$	y_n
$n = 1$	$t_0 = 0$	$y_0 = 1$		$y_1 =$
$n = 2$	$t_1 =$	$y_1 =$		$y_2 =$
$n = 3$	$t_2 =$	$y_2 =$		$y_3 =$
$n = 4$	$t_3 =$	$y_3 =$		$y_4 =$
$n = 5$	$t_4 =$	$y_4 =$		$y_5 =$
$n = 6$	$t_5 =$	$y_5 =$		$y_6 =$
$n = 7$	$t_6 =$	$y_6 =$		$y_7 =$
$n = 8$	$t_7 =$	$y_7 =$		$y_8 =$
$n = 9$	$t_8 =$	$y_8 =$		$y_9 =$
$n = 10$	$t_9 =$	$y_9 =$		$y_{10} =$
$n = 11$	$t_{10} =$	$y_{10} =$		$y_{11} =$
$n = 12$	$t_{11} =$	$y_{11} =$		$y_{12} =$
$n = 13$	$t_{12} =$	$y_{12} =$		$y_{13} =$
$n = 14$	$t_{13} =$	$y_{13} =$		$y_{14} =$
$n = 15$	$t_{14} =$	$y_{14} =$		$y_{15} =$
$n = 16$	$t_{15} =$	$y_{15} =$		$y_{16} =$

Tabla 1.6 Comparación del error relativo en el valor final del método de Euler para diferentes tamaños de paso

tamaño de paso	**valor final**	**valor verdadero**	**error relativo**
$h = 1$		7.389056099	
$h = 0.5$		7.389056099	
$h = 0.25$	5.0625	7.389056099	31.49%
$h = 0.125$		7.389056099	
$h = 0.0625$		7.389056099	

Sección 2 – Propagación del error de truncamiento

Una de las características de los métodos numéricos que van "avanzando" (en este caso, con respecto a la variable independiente t) es que el error numérico en cada paso afecta los cálculos de los pasos siguientes, lo que se conoce como *propagación del error*. Qué tanto influye este error acumulado paso a paso depende de la ecuación diferencial, pero se puede demostrar fácilmente con la ecuación de prueba $y' = 2y$ que se está utilizando en esta actividad.

Para cada uno de los valores obtenidos en la Tabla 1.3, calcular el error relativo respecto al valor verdadero de la solución exacta de la ecuación, $y = e^{2t}$, registrando los resultados en la Tabla 2.1 (un renglón viene resuelto como guía).

Tabla 2.1 Propagación del error en el método de Euler para $h = 0.25$

n	t_n	y_n **calculado**	y **verdadero (** e^{2t} **)**	**error relativo**
0	$t_0 =$	$y_0 =$	$e^0 =$	
1	$t_1 =$	$y_1 =$	$e^{0.5} =$	
2	$t_2 =$	$y_2 =$	$e^{1.0} =$	
3	$t_3 = 0.75$	$y_3 = 3.375$	$e^{1.5} = 4.48168907$	24.69%
4	$t_4 =$	$y_4 =$	$e^{2.0} =$	

Discusión de resultados

Como equipo, responder las siguientes preguntas:

1. Con base en los resultados de la Tabla 1.6, ¿qué pasa con el error relativo si se disminuye el tamaño de paso en el método de Euler?
2. El método de Euler es un método de primer orden. ¿Concuerda esta afirmación con la manera en que se reduce el error al reducir el tamaño de paso?
3. Con base en los resultados de la Tabla 2.1, ¿qué pasa con el error relativo conforme avanzan los pasos en el método de Euler?

Evidencias Entregables

La evidencia de esta actividad consiste en este documento con las tablas completadas, la discusión de resultados (respuesta como equipo a las preguntas) y sus conclusiones individuales sobre la actividad.