INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS
QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Balance de Momentum, Calor y Masa
QI1720 ★ Ingeniería Química
Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 1
(4 puntos)

¿QUÉ ES “FENÓMENOS DE TRANSPORTE”?

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica
Concientizar al estudiante de la importancia de los fenómenos de transporte y su relación con las operaciones unitarias, así como generar una definición integral de esta área de estudio.

Indicaciones
1. Efectuar una investigación para obtener tantas definiciones como sea posible de “fenómenos de transporte”. En esta búsqueda, se considerará válida cualquier fuente impresa o electrónica.
2. Realizar una entrevista a un(a) docente de la carrera (diferente del profesor de este curso) para obtener su opinión acerca de los siguientes aspectos (por lo menos):
    a. Definición de “fenómenos de transporte”.
    b. Definición de “operaciones unitarias”.
    c. ¿Cuáles operaciones unitarias puede mencionar?
    d. Importancia de los fenómenos de transporte para entender las operaciones unitarias.
3. Con base en toda esta información, sintetizar como equipo su propia definición de “fenómenos de transporte”.

Sugerencias para el éxito de la actividad
- ★ Esta investigación pretende generar una **lluvia de ideas** respecto al concepto de “fenómenos de transporte”, en la que no se censuren de primera mano algunos aspectos que puedan contribuir a un concepto integral. Por esta razón, para esta actividad se considerará válida cualquier referencia, incluso fuentes en internet que en otras circunstancias no se considerarían confiables.
- ★ Es importante que consulten también libros relevantes para el curso (checar la bibliografía proporcionada el primer día de clase). Incluso si un libro del área no define propiamente “fenómenos de transporte”, es buena idea incluirlo en la investigación y reportar que carece de dicha definición. También pueden preguntar en foros y grupos de discusión en línea.

Evidencias entregables
La evidencia de esta actividad lleva esta hoja de instrucciones cumpliendo las funciones de portada. Enumerar a continuación todas las definiciones encontradas de “fenómenos de transporte”, dando para cada una su referencia bibliográfica. A continuación, la entrevista al docente, incluyendo una fotografía de los integrantes del equipo con el docente entrevistado. Después, presentar su propia definición sintética, como equipo, de qué es “fenómenos de transporte”. Finalmente, incluir sus conclusiones individuales sobre la actividad. Sólo entregar un ejemplar del reporte de la actividad.

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE DURANGO

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS QUÍMICA Y BIOQUÍMICA

Balance de Momentum, Calor y Masa

QI1720 ★ Ingeniería Química

Docente: Dr. Carlos Francisco Cruz Fierro

ACTIVIDAD 2

(6 puntos)

ANÁLISIS DEL FLUJO LAMINAR EN TUBERÍA

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Debido a que el flujo laminar en el interior de una tubería circular es uno de los casos más importantes en mecánica de fluidos, mediante esta actividad se analizará este caso paso por paso.

Indicaciones

Contestar el cuestionario, conforme a las instrucciones dadas en cada sección. En caso de que el espacio para la respuesta no sea suficiente, continuar en una hoja anexa, indicando claramente la continuación.

Evidencias entregables

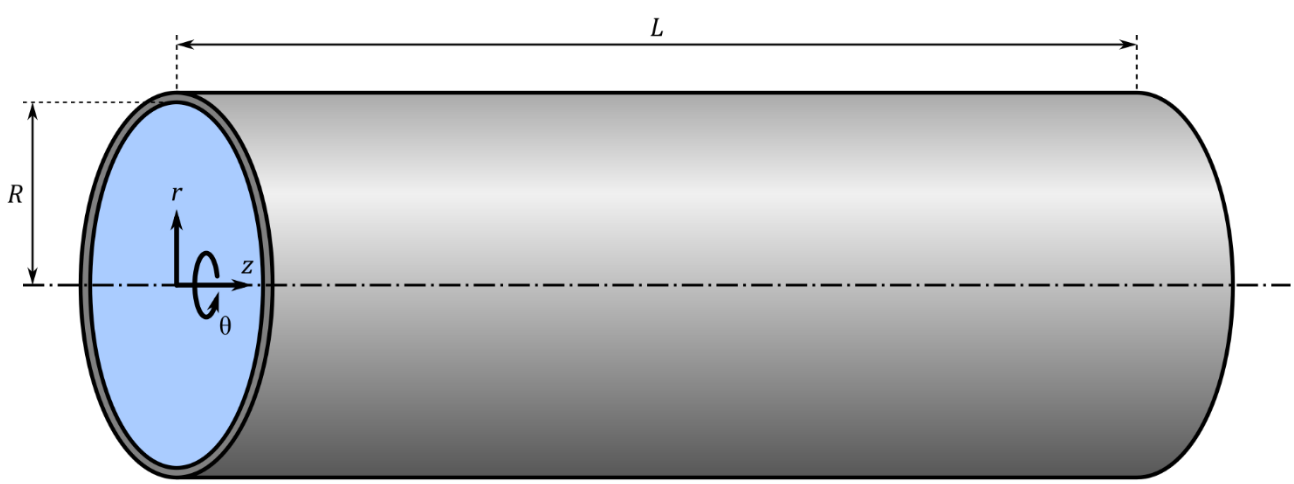
La evidencia de esta actividad lleva esta página cumpliendo la función de portada. Entregar este cuestionario contestado, solamente un ejemplar por equipo, anexando sus conclusiones individuales sobre la actividad.

Planteamiento del caso a analizar

Considérese una tubería cilíndrica horizontal de sección transversal circular (radio interno R y longitud L), a través de la cual circula de forma laminar un fluido newtoniano de propiedades constantes (ρ y μ), debido a una diferencia de presión entre los extremos (P_0 en el extremo izquierdo y P_L en el extremo derecho).

Sección 1

En el dibujo de la tubería que se muestra a continuación, se muestra el sistema de coordenadas cilíndricas, alineado con el eje de la tubería. Se han señalado también las medidas de la tubería (radio R y longitud L).



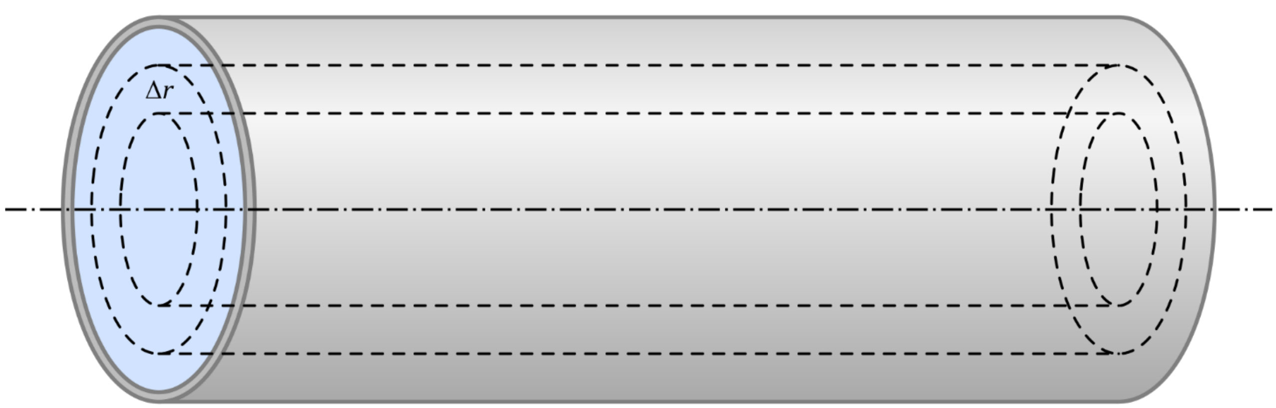
Sección 2 – Lista de suposiciones

A continuación se muestran las suposiciones correctas para este caso. Explicar brevemente el por qué de cada una.

SUPOSICIÓN	EXPLICACIÓN
1. Estado estable.	
2. $v_r = 0$ y $v_\theta = 0$.	
3. v_z varía en la dirección r.	
4. v_z no varía en la dirección θ ni en la dirección z.	
5. No se toma en cuenta efectos de borde.	
6. Es un fluido newtoniano de densidad y viscosidad constantes.	

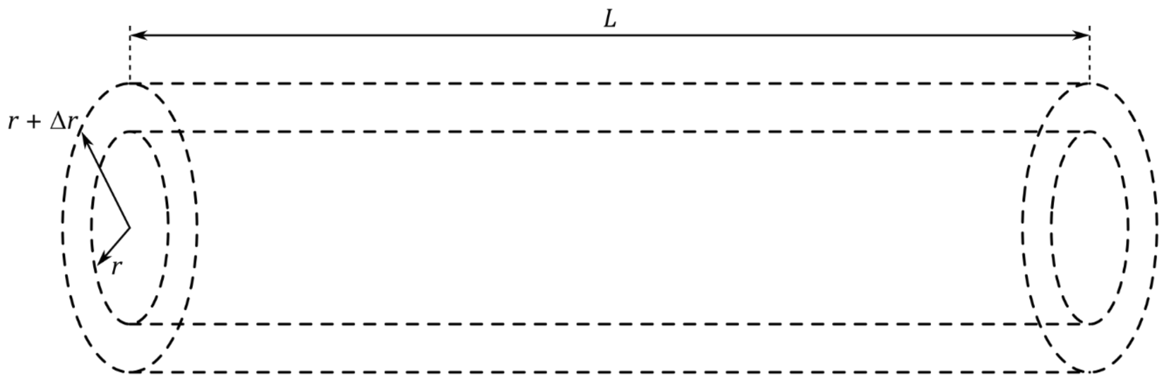
Sección 3 – Volumen de control

El volumen de control (mostrado en la figura) para el balance de momentum es un cilindro hueco de espesor Δr y longitud L, ubicado **en el interior** del fluido.



Obsérvese que **el volumen de control es un cilindro hueco**, dentro del fluido, pero que no incluye ni la pared ni el centro de la tubería. Este volumen de control es una **"envoltura"** porque envuelve parte del sistema analizado. Por esta razón, a este tipo de balance diferencial también se le conoce como **"balance envolvente"**.

La siguiente figura muestra solamente el volumen de control, para verlo más claramente, con sus acotaciones:

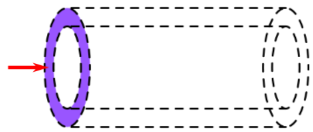
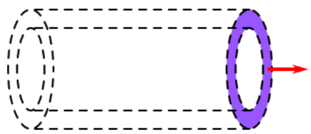
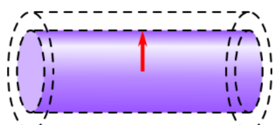
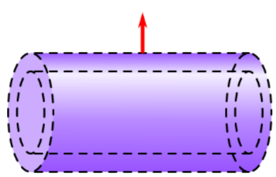
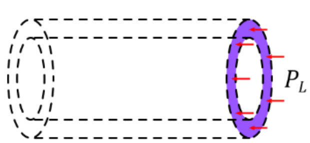


Para poder determinar el volumen ΔV del volumen de control, hay que obtener el volumen del cilindro externo (de radio $r + \Delta r$ y longitud L) y el volumen del cilindro interno (de radio r y longitud L), para luego restar estos dos volúmenes y simplificar el resultado, tomando en cuenta el hecho de que Δr es un valor pequeño.

RESPUESTA: $\Delta V = 2\pi r \Delta r L$

Sección 4 – Balance diferencial de momentum

La tabla siguiente lista cada contribución al balance de momentum en la dirección z, junto con el área relevante señalada en el volumen de control. En la columna de la derecha, deducir la expresión matemática de cada uno de estos términos del balance (en cada término, incluir el **análisis de unidades**, donde demuestren que llegan a **kg·m/s**).

CONTRIBUCIÓN		ÁREA	DEDUCCIÓN DEL TÉRMINO PARA EL BALANCE
1	entrada de momentum por advección en $z = 0$		
2	salida de momentum por advección en $z = L$		
3	entrada de momentum por transporte viscoso en la superficie interna r		
4	salida de momentum por transporte viscoso en la superficie externa $r + \Delta r$		
5	generación de momentum por las fuerzas de presión (actúa de afuera hacia adentro)		NOTA: la contribución de P_0 es **positiva** porque esa fuerza va **en la misma dirección** que el eje z.
			NOTA: la contribución de P_L es **negativa** porque esa fuerza va **en la dirección opuesta** al eje z.

ACTIVIDAD 2
(6 puntos)

No existe generación de momentum por fuerzas de gravedad. Explicar por qué:

No existe acumulación de momentum en el volumen de control. Explicar por qué:

Escribir el balance completo: **E − S + G = A**:

Los dos términos de advección tienen el mismo valor y se cancelan entre sí. Explicar por qué:

Escribir el balance ya con estos dos términos eliminados:

Dividir entre el volumen del VC (sección 3) y entre Δt y simplificar. En el transporte viscoso, eliminar sólo los factores que aparecen en ambos términos.

RESPUESTA: $\dfrac{\tau_{rz}\big|_r \cdot r - \tau_{rz}\big|_{r+\Delta r} \cdot \left(r + \Delta r\right)}{r\Delta r} + \dfrac{P_0 - P_L}{L} = 0$

Hay un pequeño truco matemático para proceder a partir de aquí. Hay que recordar que la notación $\left.\tau_{rz}\right|_r$ significa "el valor de τ_{rz} evaluado en la posición r". De la misma manera, $\left.\tau_{rz}\right|_{r+\Delta r}$ significa "el valor de τ_{rz} evaluado en la posición $r+\Delta r$". Además, en el sistema de coordenadas que se está usando, r es la distancia medida desde el eje hasta el punto de interés. Así que, se plantea la siguiente equivalencia:

$$r \longrightarrow \left.r\right|_r \qquad r+\Delta r \longrightarrow \left.r\right|_{r+\Delta r}$$

En particular la segunda expresión, $\left.r\right|_{r+\Delta r}$ significa "el valor de r (la distancia medida desde el eje) evaluada en la posición $r+\Delta r$", pero esa distancia no es más que $r+\Delta r$. Con este cambio de notación, la ecuación se vuelve:

$$\frac{\left.\tau_{rz}\right|_r \cdot r - \left.\tau_{rz}\right|_{r+\Delta r} \cdot (r+\Delta r)}{r\Delta r} + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0 \qquad \longrightarrow \qquad \frac{\left.\tau_{rz}\right|_r \cdot \left.r\right|_r - \left.\tau_{rz}\right|_{r+\Delta r} \cdot \left.r\right|_{r+\Delta r}}{r\Delta r} + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0$$

y básicamente las dos cantidades multiplicadas (τ_{rz} y r) que están siendo evaluadas en la misma posición se pueden agrupar en una misma evaluación (se escribió r antes que τ_{rz} simplemente por costumbre):

$$\frac{\left.(r\tau_{rz})\right|_r - \left.(r\tau_{rz})\right|_{r+\Delta r}}{r\Delta r} + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0$$

Se puede decir que r y $r+\Delta r$ "entran" en la evaluación en las posiciones r y $r+\Delta r$. Y así como al "meter" una cantidad dentro de una raíz cuadrada entra elevada al cuadrado, tenemos que al introducir $r+\Delta r$ dentro de la evaluación en la posición $r+\Delta r$ entra simplemente como r.

NOTA: Ésta no es la única manera de manejar estos términos, pero tiene la ventaja de llevar directamente a una forma fácil de resolver de la ecuación diferencial. Algo similar ocurre en algunos casos de coordenadas esféricas, con la diferencia que r suele aparecer al cuadrado.

Tomando la última ecuación del desarrollo anterior, acomodarla para que concuerde con la definición de la derivada y tomar el límite $\Delta r \to 0$ para obtener la ecuación diferencial:

RESPUESTA: $-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\tau_{rz}\right) + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0$

Sección 5 – Ley de Newton de la viscosidad

El componente del esfuerzo que aparece en la ecuación diferencial es τ_{rz}. Explicar qué significan estos dos subíndices:

Consultando la ley de Newton de la viscosidad, se tiene que: $\tau_{rz} = -\mu\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}\right)$.

Como $v_r = 0$, el primer término dentro del paréntesis se cancela. Además, v_z sólo depende de r, así que no es necesario emplear derivadas parciales, sino derivadas ordinarias. Por lo tanto, la ley de Newton se simplifica a:

$$\tau_{rz} = -\mu \frac{dv_z}{dr}$$

Al sustituir la ley de Newton en la ecuación diferencial de la sección anterior, se llega a:

$$-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\tau_{rz}\right) + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left[r\left(-\mu\frac{dv_z}{dr}\right)\right] + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_z}{dr}\right) + \frac{P_0 - P_L}{L} = 0$$

Sección 6 – Solución de la ecuación diferencial

Resolver la ecuación diferencial para llegar a la solución general:

RESPUESTA: $v_z = -\frac{P_0 - P_L}{4\mu L} r^2 + C_1 \ln r + C_2$

Sección 7 – Condiciones de frontera

A continuación se muestran las dos condiciones de frontera correspondientes a este caso analizado. Explicar el por qué de cada una.

CONDICIÓN DE FRONTERA	**EXPLICACIÓN**
1. $\frac{dv_z}{dr} = 0$ en $r = 0$	
2. $v_z = 0$ en $r = R$	

Sección 8 – Perfil de velocidad

Aplicar las condiciones de frontera para determinar el perfil de velocidad:

RESPUESTA: $v_z = \dfrac{(P_0 - P_L)R^2}{4\mu L}\left[1 - \left(\dfrac{r}{R}\right)^2\right]$

Sección 9 – Velocidad máxima

En algunos casos, la velocidad máxima se puede determinar "por simple inspección". Cuando no es posible hacerlo así, se debe emplear el criterio de máximos y mínimos del cálculo diferencial. Para el perfil de velocidad obtenido, determinar la velocidad máxima del fluido.

RESPUESTA: $v_{z,\max} = \dfrac{(P_0 - P_L)R^2}{4\mu L}$