¿QUÉ ES "FENÓMENOS DE TRANSPORTE"?

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Concientizar al estudiante de la importancia de los fenómenos de transporte y su relación con las operaciones unitarias, así como generar una definición integral de esta área de estudio.

Indicaciones

1. Efectuar una investigación para obtener tantas definiciones como sea posible de "fenómenos de transporte". En esta búsqueda, se considerará válida cualquier fuente impresa o electrónica.
2. Realizar una entrevista a un(a) docente de la carrera (diferente del profesor de este curso) para obtener su opinión acerca de los siguientes aspectos (por lo menos):
    a. Definición de "fenómenos de transporte".
    b. Definición de "operaciones unitarias".
    c. ¿Cuáles operaciones unitarias puede mencionar?
    d. Importancia de los fenómenos de transporte para entender las operaciones unitarias.
3. Con base en toda esta información, sintetizar como equipo su propia definición de "fenómenos de transporte".

Sugerencias para el éxito de la actividad

★ Esta investigación pretende generar una **lluvia de ideas** respecto al concepto de "fenómenos de transporte", en la que no se censuren de primera mano algunos aspectos que puedan contribuir a un concepto integral. Por esta razón, para esta actividad se considerará válida cualquier referencia, incluso fuentes en internet que en otras circunstancias no se considerarían confiables.

★ Es importante que consulten libros relevantes para el curso (checar la bibliografía proporcionada el primer día de clase). Incluso si un libro del área no define propiamente "fenómenos de transporte", es buena idea incluirlo en la investigación y reportar que carece de dicha definición. También pueden preguntar en foros en línea y a agentes de inteligencia artificial.

Evidencias entregables

La evidencia de esta actividad lleva esta hoja de instrucciones cumpliendo la función de portada (no agregar otra). Enumerar a continuación todas las definiciones encontradas de "fenómenos de transporte", dando para cada una su referencia bibliográfica. A continuación, la entrevista al docente, incluyendo una fotografía de los integrantes del equipo con el docente entrevistado. Después, presentar su propia definición sintética, como equipo, de qué es "fenómenos de transporte". Finalmente, dar sus conclusiones individuales sobre la actividad. Sólo se entrega un ejemplar del reporte de la actividad, ya sea en un solo PDF o en físico.

PERFIL DE VELOCIDAD PARA FLUJO DE POISEUILLE EN TUBERÍA

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

El flujo laminar en el interior de una tubería de sección transversal circular (flujo de Poiseuille) es uno de los casos más importantes en mecánica de fluidos, por lo que en esta actividad se lleva a cabo su análisis paso por paso.

Indicaciones

Contestar el cuestionario, conforme a las instrucciones dadas en cada sección. En caso de que el espacio para la respuesta no sea suficiente, continuar en una hoja anexa, indicando claramente la continuación.

Evidencias entregables

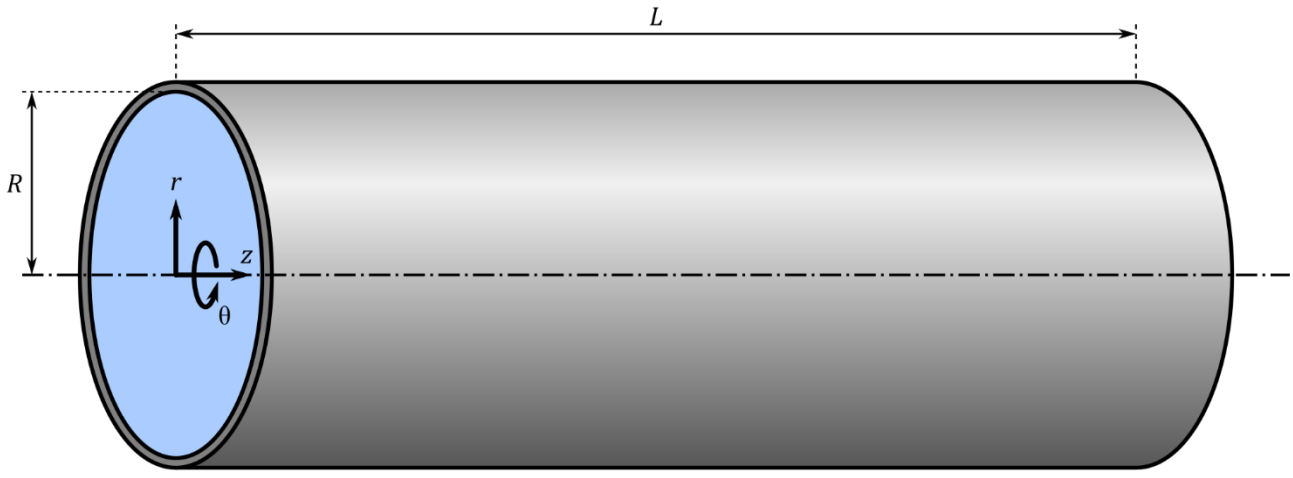
La evidencia de esta actividad consiste en este documento contestado, con esta primera página cumpliendo la función de portada (no agregar portada adicional). Al final del documento, anexar sus conclusiones individuales sobre la actividad. Entregar un solo ejemplar, ya sea en un archivo PDF o en físico.

Planteamiento del caso a analizar

Considérese una tubería cilíndrica horizontal de sección transversal circular (de radio interno R y longitud L), a través de la cual circula de forma laminar un fluido newtoniano de densidad ρ y viscosidad μ constantes, debido a una diferencia de presión entre los extremos (P_0 en el extremo izquierdo y P_L en el extremo derecho).

Sección 1

En el dibujo de la tubería que se muestra a continuación, se indica ya el sistema de coordenadas cilíndricas, alineado con el eje de la tubería. Se han señalado también las medidas de la tubería (radio R y longitud L).



Sección 2 – Lista de suposiciones

A continuación se muestran las suposiciones correctas para este caso. Explicar brevemente el por qué de cada una.

SUPOSICIÓN	EXPLICACIÓN
1. Estado estable.	
2. $v_r = 0$.	
3. $v_\theta = 0$.	
4. v_z varía en la dirección r.	
5. No se toman en cuenta efectos de borde al inicio o al final de la tubería.	
6. Fluido newtoniano de densidad y viscosidad constantes.	

Sección 3 – Volumen de control

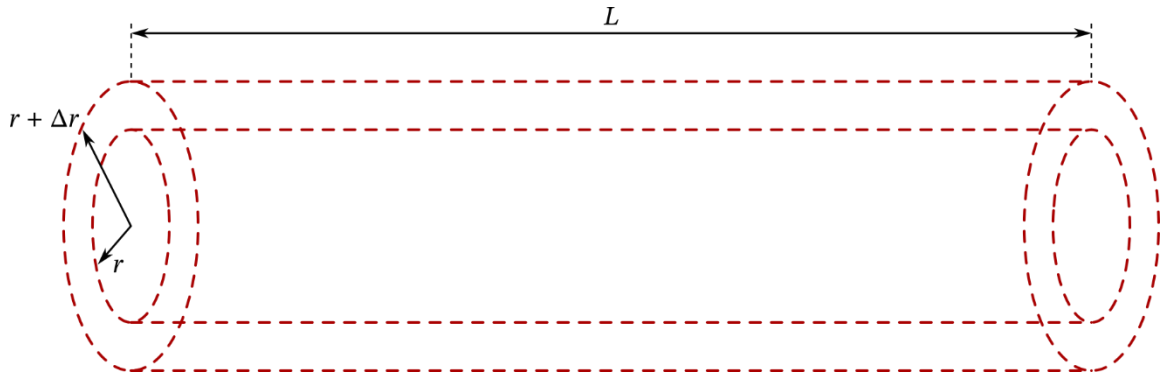
El volumen de control (mostrado con líneas punteadas en la figura) para el balance de momentum es un cilindro hueco de espesor Δr y longitud L, ubicado **en el interior** del fluido.



Obsérvese que **el volumen de control es un cilindro hueco**, dentro del fluido, pero que no incluye ni la pared ni el centro de la tubería. Este volumen de control es una **"envoltura"** porque envuelve parte del sistema analizado. Por esta razón, a este tipo de balance diferencial también se le conoce como **"balance envolvente"**.

ACTIVIDAD 2
(8 puntos)

La siguiente figura muestra solamente el volumen de control, para verlo más claramente, con sus acotaciones:

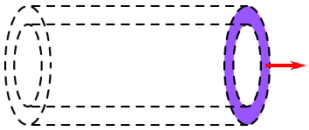
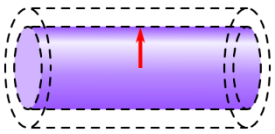
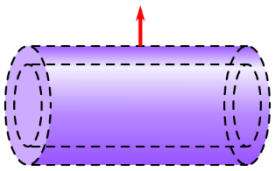


Para poder determinar el volumen ΔV del volumen de control, hay que obtener el volumen del cilindro externo (de radio $r + \Delta r$ y longitud L) y el volumen del cilindro interno (de radio r y longitud L), para luego restar estos dos volúmenes y simplificar el resultado, tomando en cuenta el hecho de que Δr es un valor pequeño.

RESPUESTA: $\Delta V = 2\pi r \Delta r L$

Sección 4 – Balance diferencial de momentum

La tabla siguiente lista cada contribución al balance de momentum en la dirección z, junto con el área relevante señalada en el volumen de control. En la columna de la derecha, deducir la expresión matemática de cada uno de estos términos del balance (en cada término, incluir el **análisis de unidades**, donde demuestren que llegan a **kg·m/s**).

	CONTRIBUCIÓN	ÁREA	DEDUCCIÓN DEL TÉRMINO PARA EL BALANCE
1	entrada de momentum por advección en $z = 0$		
2	salida de momentum por advección en $z = L$		
3	entrada de momentum por transporte viscoso en la superficie interna r		
4	salida de momentum por transporte viscoso en la superficie externa $r + \Delta r$		
5	generación de momentum por las fuerzas de presión (actúa de afuera hacia adentro)		NOTA: la contribución de P_0 es **positiva** porque esa fuerza va **en la misma dirección** que el eje z.
			NOTA: la contribución de P_L es **negativa** porque esa fuerza va **en la dirección opuesta** al eje z.

No existe generación de momentum por fuerzas de gravedad. Explicar por qué:

No existe acumulación de momentum en el volumen de control. Explicar por qué:

Escribir el balance completo: **E − S + G = A**:

Los dos términos de advección tienen el mismo valor y se cancelan entre sí. Explicar por qué:

Escribir el balance ya con estos dos términos eliminados:

Dividir entre el volumen del VC (sección 3) y entre Δt y simplificar. En el transporte viscoso, eliminar sólo los factores que aparecen en ambos términos.

RESPUESTA: $$\frac{\tau_{rz}\big|_{r} \cdot r - \tau_{rz}\big|_{r+\Delta r} \cdot \left(r + \Delta r\right)}{r\Delta r} + \frac{\left(P_0 - P_L\right)}{L} = 0$$

Hay un pequeño truco matemático para proceder a partir de aquí. Hay que recordar que la notación $\tau_{rz}\big|_r$ significa "el valor de τ_{rz} evaluado en la posición r". De la misma manera, $\tau_{rz}\big|_{r+\Delta r}$ significa "el valor de τ_{rz} evaluado en la posición $r+\Delta r$". Además, en el sistema de coordenadas que se está usando, r es la distancia medida desde el eje hasta el punto de interés. Entonces, se puede plantear la siguiente equivalencia en notación:

$$r \longrightarrow r\big|_r \qquad r+\Delta r \longrightarrow r\big|_{r+\Delta r}$$

En particular, la expresión, $r\big|_{r+\Delta r}$ significa "el valor de r evaluado en la posición $r+\Delta r$", pero esa distancia es de hecho $r+\Delta r$ (la distancia medida desde el eje hasta ese punto). Con este cambio de notación, la ecuación se vuelve:

$$\frac{\tau_{rz}\big|_r \cdot r - \tau_{rz}\big|_{r+\Delta r} \cdot (r+\Delta r)}{r\Delta r} + \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0 \qquad \longrightarrow \qquad \frac{\tau_{rz}\big|_r \cdot r\big|_r - \tau_{rz}\big|_{r+\Delta r} \cdot r\big|_{r+\Delta r}}{r\Delta r} + \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0$$

y básicamente las dos cantidades multiplicadas (τ_{rz} y r) que están siendo evaluadas en la misma posición se pueden agrupar en una misma evaluación (se escribió r antes que τ_{rz} simplemente por costumbre):

$$\frac{(r\tau_{rz})\big|_r - (r\tau_{rz})\big|_{r+\Delta r}}{r\Delta r} + \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0$$

Se puede decir que r y $r+\Delta r$ "entran" en la evaluación en las posiciones r y $r+\Delta r$. De la misma manera que al "meter" una cantidad dentro de una raíz cuadrada entra elevada al cuadrado, aquí lo que sucedió es que al introducir $r+\Delta r$ dentro del paréntesis que está evaluado en la posición $r+\Delta r$, entró simplemente como r.

NOTA: Ésta no es la única manera de manejar estos términos, pero tiene la ventaja de llevar directamente a una forma fácil de resolver de la ecuación diferencial. Algo similar ocurre en algunos casos de coordenadas esféricas, con la diferencia que r suele aparecer al cuadrado.

Tomando la última ecuación del desarrollo anterior, acomodarla para que concuerde con la definición de la derivada y tomar el límite $\Delta r \to 0$ para obtener la ecuación diferencial:

RESPUESTA: $-\frac{1}{r}\frac{d}{dr}(r\tau_{rz}) + \frac{(P_0 - P_L)}{L} = 0$

Sección 5 – Ley de Newton de la viscosidad

El componente del esfuerzo que aparece en la ecuación diferencial es τ_{rz}. Explicar qué significan estos dos subíndices:

el primer subíndice (r) significa:
el segundo subíndice (z) significa:

De la ley de Newton de la viscosidad, tomar y simplificar el componente τ_{rz} del esfuerzo, para luego sustituirlo en la ecuación diferencial obtenida en la sección anterior:

RESPUESTA: $\frac{\mu}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv_z}{dr}\right)+\frac{\left(P_0-P_L\right)}{L}=0$

Sección 6 – Solución de la ecuación diferencial

Resolver la ecuación diferencial para llegar a la solución general:

RESPUESTA: $v_z=-\frac{\left(P_0-P_L\right)}{4\mu L}r^2+C_1\ln r+C_2$

Sección 7 – Condiciones de frontera

Éstas son las dos condiciones de frontera que aplican en este caso. Para cada condiciones de frontera, justificar por qué es la condición correcta (es decir, explicar cómo se sabe que ésa es la condición aplicable).

CONDICIÓN DE FRONTERA	**JUSTIFICACIÓN**
1. $\frac{dv_z}{dr} = 0$ en $r = 0$	
2. $v_z = 0$ en $r = R$	

Sección 8 – Perfil de velocidad

Aplicar las condiciones de frontera para determinar el perfil de velocidad:

RESPUESTA: $v_z = \frac{(P_0 - P_L)R^2}{4\mu L}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$

Sección 9 – Comprobación de las condiciones de frontera

A partir del perfil de velocidad obtenido en la sección anterior, verificar que se cumplan las dos condiciones de frontera.
Obsérvese que para la primera condición de frontera, es necesario primero obtener la derivada dv_z / dr antes de sustituir $r = 0$.

Sección 10 – Comportamiento del perfil de velocidad

El perfil de velocidad obtenido contiene varios parámetros que influyen de diferente manera en el comportamiento de la velocidad del fluido:

$$v_z = \frac{\left(P_0 - P_L\right)R^2}{4\mu L}\left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

Establecer si la velocidad es proporcional o inversamente proporcional a cada parámetro de la tabla siguiente, e indicar qué pasará con la velocidad si ese parámetro se aumenta al doble, manteniendo todo lo demás constante:

PARÁMETRO	RELACIÓN MATEMÁTICA	EFECTO SI SE AUMENTA AL DOBLE
$\left(P_0 - P_L\right)$ diferencia de presión	☐ v_z es proporcional ☐ v_z inversamente proporcional	☐ aumenta al doble ☐ disminuye a la mitad
μ viscosidad del fluido	☐ v_z es proporcional ☐ v_z inversamente proporcional	☐ aumenta al doble ☐ disminuye a la mitad
L longitud de la tubería	☐ v_z es proporcional ☐ v_z inversamente proporcional	☐ aumenta al doble ☐ disminuye a la mitad

BALANCE DIFERENCIAL DE ENERGÍA EN UNA ESFERA CON GENERACIÓN UNIFORME

INTEGRANTES DEL EQUIPO (POR APELLIDO, EN ORDEN ALFABÉTICO, MÁXIMO CINCO)	**NÚMERO DE CONTROL**

Intención didáctica

Determinar el perfil de temperatura en una esfera con generación de calor mediante un balance diferencial de energía.

Indicaciones

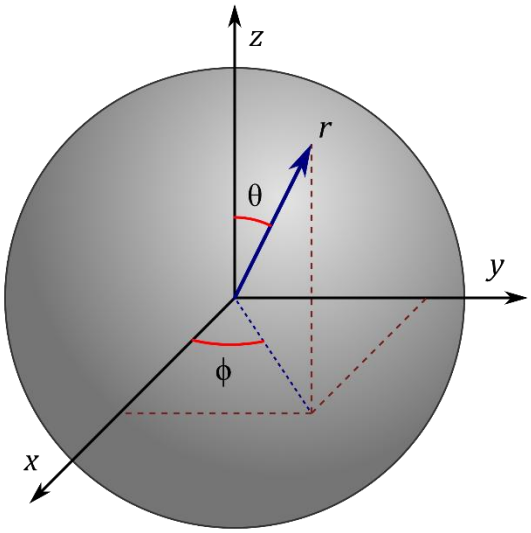
Contestar el cuestionario, conforme a las instrucciones dadas en cada sección. En caso de que el espacio para la respuesta no sea suficiente, continuar en una hoja anexa, indicando claramente a qué sección corresponde.

Evidencias entregables

El reporte de esta actividad se elabora directamente en este documento, anotando su desarrollo de cada paso en los espacios proporcionados. Anexar sus conclusiones individuales sobre la actividad.

Planteamiento del caso a analizar

Se desea encontrar el perfil de temperatura en estado estable para el caso de una esfera de radio R, hecha de un material sólido homogéneo de conductividad térmica constante, en el que ocurre una generación volumétrica de calor uniforme G_0 (W/m³). La superficie de la esfera se mantiene a una temperatura uniforme y constante T_s. En la figura se muestra el sistema de coordenadas esférico (en relación con las coordenadas rectangulares).

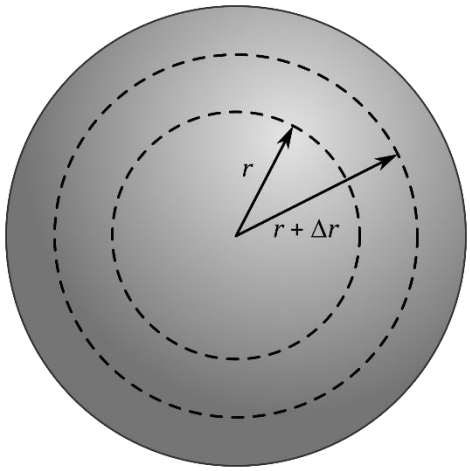


Sección 1 – Lista de suposiciones

Establecer las suposiciones que sean apropiadas para este caso.

Sección 2 – Volumen de control

El volumen de control para el balance de energía es una capa esférica de espesor Δr, entre las posiciones r y $r + \Delta r$. **Obsérvese que el volumen de control es un cascarón hueco, dentro de la esfera, y no incluye ni el centro ni la superficie de la esfera.** Este volumen de control es una **"envoltura"** porque envuelve parte del sistema analizado. Por esta razón, a este tipo de balance diferencial también se le conoce como **"balance envolvente"**.

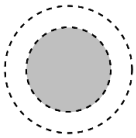
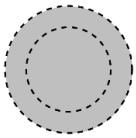
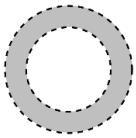


Determinar el volumen del volumen de control, a partir de la diferencia de volumen de la esfera externa menos el volumen de la esfera interna (con la necesaria simplificación, recordando que Δr es una cantidad pequeña):

RESPUESTA: $\Delta V = 4\pi r^2 \Delta r$

Sección 3 – Balance diferencial de energía

En la tabla se listan las contribuciones al balance de energía: hay una entrada y una salida por conducción, y hay generación en el volumen de control. La figura muestra dónde ocurre cada contribución. Determinar cada una de estas contribuciones, incluyendo el análisis de unidades (recordar que todos los términos deben quedar en joules).

CONTRIBUCIÓN			**TÉRMINO DEL BALANCE**
1	entrada de calor por conducción a través de la superficie esférica en r		
2	salida de calor por conducción a través de la superficie esférica en $r + \Delta r$		
3	generación de calor dentro del volumen de control		

No existe acumulación de energía en el volumen de control. Explicar por qué:

Escribir el balance completo, **E – S + G = A**:

Dividir entre el volumen del VC y entre el intervalo de tiempo (es decir, entre $4\pi r^2 \Delta r \Delta t$). Recordar que en los términos de entrada y salida, sólo se van a eliminar los factores que aparecen en **ambos** términos.

Reacomodar la expresión anterior, considerando la definición de la primera derivada $\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$ y tomar el límite cuando $\Delta r \to 0$ para obtener la ecuación diferencial del sistema:

RESPUESTA: $-\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 q_r\right) + G_0 = 0$

Nótese que r^2 **no** se puede sacar de la derivada para cancelar con la que está dividiendo, porque r no es constante.

Sección 4 – Sustitución de la ley de Fourier de la conducción

Como en la ecuación diferencial aparece q_r, hay que sustituirla empleando la ley de Fourier de la conducción:

RESPUESTA: $\frac{k}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2 \frac{dT}{dr}\right) + G_0 = 0$

Sección 5 – Solución de la ecuación diferencial

Resolver la ecuación diferencial para llegar a la solución general:

RESPUESTA: $T = -\frac{G_0}{6k} r^2 - \frac{C_1}{r} + C_2$

Sección 6 – Condiciones de frontera

A continuación, se muestran las condiciones de frontera para este caso. Explicar el por qué de cada una.

CONDICIÓN DE FRONTERA	**EXPLICACIÓN**
1. $\frac{dT}{dr} = 0$ en $r = 0$	
2. $T = T_s$ en $r = R$	

Sección 7 – Perfil de temperatura

Aplicar las condiciones de frontera de la sección anterior para obtener el perfil de temperatura.

NOTA: La condición de frontera 1 no se puede sustituir en la solución general, porque es para la derivada de la temperatura (dT/dr).

RESPUESTA: $T = T_s + \frac{G_0}{6k}\left(R^2 - r^2\right)$