DINÁMICA DE SISTEMAS DE PRIMER ORDEN

Forma general de la ecuación diferencial un sistema de primer orden

$$\tau \frac{dy}{dt} + y = Ku$$

- ★ $y(t)$ - variable de salida, expresada como variable de desviación, con valor inicial $y(0) = 0$
- ★ $u(t)$ - variable de entrada, expresada como variable de desviación
- ★ τ - constante de tiempo del sistema
- ★ K - ganancia estática (en estado estable) del sistema

La correspondiente función de transferencia para $Y(s) = G(s)U(s)$ es:

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Respuesta de un sistema de primer orden a un cambio en escalón

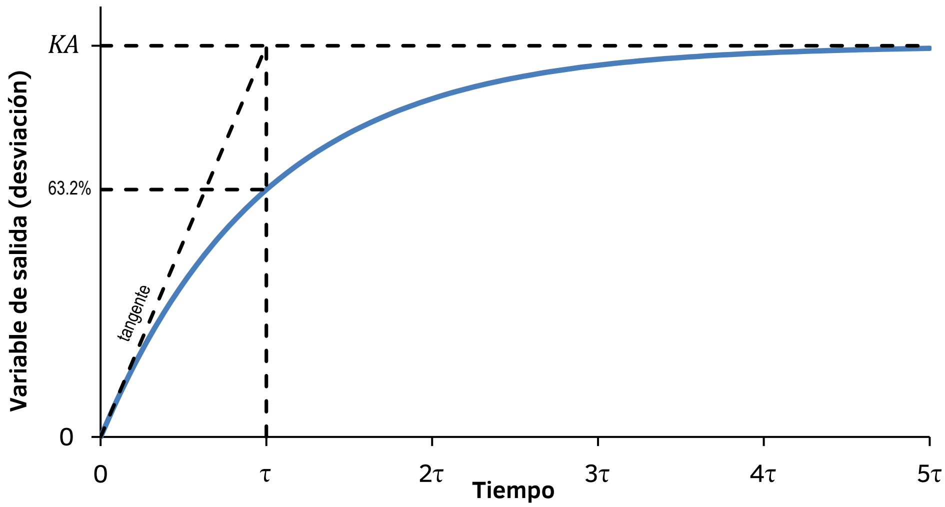
Para un cambio en escalón de amplitud A en la entrada, la transformada de Laplace es $U(s) = \frac{A}{s}$ y la salida será:

$$Y(s) = \frac{KA}{s(\tau s + 1)}$$

La correspondiente transformada inversa es:

$$y(t) = KA\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

La gráfica muestra el comportamiento de la variable de salida de un sistema de primer orden:



Tiempo	Respuesta
$t = \tau$	63.21%
$t = 2\tau$	86.47%
$t = 3\tau$	95.02%
$t = 4\tau$	98.17%

Mediante el teorema del valor final se puede demostrar que $y \to KA$ cuando $t \to \infty$. Otra característica del comportamiento de un sistema de primer orden es que cuando ha transcurrido un tiempo igual a la constante de tiempo del sistema ($t = \tau$), la respuesta ha alcanzado el 63.2% de su valor final, y que la tangente a la curva de respuesta en $t = 0$ intersecta a $y = KA$ en $t = \tau$.